



# Modélisation de la transition laminaire-turbulent par rugosité et bulbe de décollement laminaire sur les aubes de turbomachines

Alexandre Minot

## ► To cite this version:

Alexandre Minot. Modélisation de la transition laminaire-turbulent par rugosité et bulbe de décollement laminaire sur les aubes de turbomachines. Modélisation et simulation. UNIVERSITE DE TOULOUSE, Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace (ISAE-SUPAERO), 2016. Français. NNT: . tel-01347192

**HAL Id: tel-01347192**

**<https://hal.science/tel-01347192>**

Submitted on 20 Jul 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# THÈSE

En vue de l'obtention du

## DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par :

*l'Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace (ISAE-SUPAERO)*

---

---

Présentée et soutenue le 3 mai 2016 par :

**ALEXANDRE MINOT**

**Modélisation de la transition laminaire-turbulent par  
rugosité et bulbe de décollement laminaire sur les aubes de  
turbomachines**

---

---

### JURY

JULIEN MARTY  
JEAN PERRAUD  
PASCAL FERRAND  
ÉRIC LIPPINOIS  
ÉRIC GONCALVES  
TONY ARTS

Co-Directeur de Thèse  
Encadrant ONERA  
Examineur  
Encadrant Snecma  
Rapporteur  
Rapporteur

---

École doctorale et spécialité :

*MEGEP : Dynamique des fluides*

Unité de Recherche :

*ISAE-ONERA EDyF*

Directeur de Thèse :

*Grégoire Casalis*



## Remerciements

Je tiens dans un premier temps à remercier Tony Arts, Éric Goncalves et Pascal Ferrand d'avoir évalué mon travail. C'est une tâche longue et fastidieuse et je leur en suis très reconnaissant.

Je remercie aussi Grégoire Casalis, qui a supervisé mon travail. En particulier, son aide sur le mémoire m'a été très précieuse. En écrivant ces remerciements, j'ai évidemment une pensée pour Xavier de Saint Victor, directeur de thèse initial de ces travaux. Il a été très impliqué dans le montage de cette thèse et elle n'aurait pas eu lieu dans ces conditions sans lui. Xavier a continué à suivre mon travail depuis sa campagne malgré son absence et cela m'a beaucoup touché.

Je tiens aussi à remercier chaleureusement Julien Marty. Sa gentillesse, disponibilité et efficacité m'ont grandement aidé dans mon quotidien. De même, je souhaite remercier Jean Perraud, dont l'expertise en transition de couche limite m'était continuellement très précieuse. En particulier, Jean était garant du haut niveau de technicité de mon travail.

Je souhaite aussi reconnaître l'implication du groupe Safran dans cette thèse. Premièrement, ces travaux n'auraient pas été possibles sans la participation financière du groupe. De plus, les différents acteurs impliqués dans cette thèse, Renaud Daon, Michel Dumas, Éric Lippinois, Giles Leroy, Nicolas Chauvet et Emma Croner, ont garanti une applicabilité rapide de mes travaux, élément qui me tient particulièrement à cœur. Cette thèse était partagée entre le DMAE et le DAAP, ce qui a permis une mise en commun des connaissances des deux départements particulièrement fructueuse. Je remercie ainsi Pierre Millan et Joël Reneaux d'avoir rendu cette coopération possible. De plus, j'y ai rencontré des personnes chaleureuses et je souhaiterai remercier l'ensemble de ces deux équipes pour leur accueil.

Je souhaite maintenant remercier trois personnes qui m'ont aidé sur des aspects de développements numériques. En effet, on ne peut pas s'attaquer à `elsA` seul. Ces travaux n'aurait ainsi pas été possible sans l'aide de Hugues Deniau et Michel Gazaix sur les aspects de développement de code ainsi que celle de Sébastien Heib sur les aspects intégration. Je souhaite aussi remercier Itham Salah El-Din qui a beaucoup participé à la partie optimisation de ces travaux.

Il me faut maintenant remercier mes proches, qui écoutent patiemment mes explications sur tous ces tourbillons invisibles qui nous entourent, en hochant poliment de la tête... Alors Irène, Jean-louis, Thibaut, Boris, Wendy, un grand merci à vous !

Enfin, j'aimerais dire un immense merci à tous les stagiaires et doctorants que j'ai croisé, responsables d'une ambiance studieuse, joviale et parfois festive. Cédric, Benjamin, Matthieu, Gaëlle, Bruno, Thomas, Hugo, Natasha, Marine, Pierre, Vincent, Bertrand, Gustavo, Julien, Stéphanie, François, François, David, Manuel, Emma, Maxime, Maxime, Jean-Michel, Loïc, Javier, Christian, Guillaume, Cécile, Jonas, Hélène, Amaury, Andrea, Illias, Damien, Holy, Nicolas, Ye-Bonne, vous aller me manquer !

Ces travaux ont aussi été financés par le ministère de l'Enseignement supérieur et de la Recherche au travers de la bourse ANRT/Cifre-2012/1332.





# Table des matières

Liste des figures	ix
Nomenclature	xv
Introduction	1
<b>1 Étude bibliographique</b>	<b>7</b>
1.1 Présentation de mécanismes de transition laminaire-turbulent en couche limite . . . . .	9
1.1.1 Transition naturelle . . . . .	9
1.1.2 Transition Bypass . . . . .	10
1.1.3 Transition par bulbe de décollement . . . . .	11
1.1.4 Relaminarisation . . . . .	13
1.1.5 Interaction sillage-couche limite . . . . .	13
1.2 Présentation des équations utilisées en modélisation RANS . . . . .	15
1.2.1 Équations de Navier-Stokes . . . . .	15
1.2.2 Équations de Navier-Stokes moyennées . . . . .	17
1.2.3 Formulation de quelques modèles de turbulence . . . . .	18
1.2.4 Quelques remarques sur les codes Navier-Stokes . . . . .	21
1.3 Explicitation de modèles de transition laminaire-turbulent couramment utilisés . . . . .	22
1.3.1 Modèles basés sur des corrélations empiriques . . . . .	22
1.3.2 Méthode $\mathbf{e}^{\mathbf{N}}$ . . . . .	24
1.3.3 Notion d'intermittence et modélisation . . . . .	24
1.3.4 Nombre de Reynolds de vorticité . . . . .	25
1.4 Le modèle $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ de Menter et Langtry . . . . .	27
1.4.1 ��quation de transport pour l'intermittence . . . . .	27
1.4.2 ��quation de transport pour $\overline{R_{\theta_t}}$ . . . . .	29
1.4.3 Modélisation de la transition par bulbe de décollement . . . . .	30
1.4.4 Fonctions de corélation utilisées dans le modèle $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ . . . . .	31
1.4.5 Couplage du modèle $k\text{-}\omega$ SST de Menter au modèle $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ . . . . .	35
1.4.6 Limites du modèle . . . . .	36
1.5 Rugosités de surface en turbomachine . . . . .	37
1.5.1 Origine des rugosités . . . . .	38

1.5.2	Caractérisation des rugosités . . . . .	41
1.5.3	Effet des rugosités sur les performances aéro-thermiques des turbomachines . . . . .	44
1.5.4	Modèles de transition en présence de parois rugueuses . . . . .	47
<b>2</b>	<b>Étude d'influence de certains paramètres sur le comportement du modèle <math>\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}</math></b>	<b>51</b>
2.1	Couplage du modèle $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ au modèle $k\text{-}\omega$ Wilcox . . . . .	53
2.2	Évaluation du modèle $k\text{-}\omega\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ Wilcox dans un contexte turbomachine	53
2.2.1	Présentation de la cascade d'aubes de turbine basse pression T106C . . . . .	53
2.2.2	Mise en données du cas T106C . . . . .	56
2.2.3	Résultats de calcul sur l'aube T106C avec transition et deux modèles de turbulence différents . . . . .	59
2.3	Influence de l'envergure . . . . .	65
2.4	Évaluation de la méthode bas $\frac{\mu_t}{\mu}\Big _{in}$ de Benyahia et Babajee . . . . .	66
2.5	Influence du limiteur sur la production de turbulence . . . . .	69
2.6	Suppression de la singularité de bord d'attaque . . . . .	71
2.7	Raffinement du maillage . . . . .	75
2.8	Retour sur la méthode bas $R_T$ . . . . .	78
2.9	Influence de la pression statique de sortie et de l'incidence . . . . .	80
2.10	Utilisation des corrélations d'Abu-Ghannam et Shaw et de Mayle . . . . .	85
2.11	Utilisation des corrélations de Menter et Langtry pour $F_{length}$ et $R_{\theta_c}$ . . . . .	88
2.12	Synthèse des paramètres recommandés . . . . .	91
2.13	Évaluation du nouveau jeux de paramètres sur le cas LS89 . . . . .	92
<b>3</b>	<b>Amélioration du modèle <math>\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}</math> pour des écoulements sur turbine basse-pression</b>	<b>95</b>
3.1	Réflexions sur la partie $\gamma_{sep}$ du modèle $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ . . . . .	96
3.2	Établissement d'une méthode de recalibration des fonctions $F_{length}$ et $R_{\theta_c}$ sur les cas T106C . . . . .	99
3.2.1	Définition des fonctions . . . . .	99
3.2.2	Choix des cas tests . . . . .	100
3.2.3	Définition d'une fonction coût . . . . .	101
3.2.4	Choix d'un échantillon initial . . . . .	101
3.2.5	Description du processus d'optimisation . . . . .	102
3.3	Obtention de nouvelles versions du modèle $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ par recalibration sur les cas T106C . . . . .	104
3.3.1	Application de la méthode basée sur le simplex . . . . .	104
3.3.2	Validation par la méthode basée sur le Kriging . . . . .	107
3.3.3	Obtention d'un modèle avec une autre valeur de la constante $s_1$ . . . . .	109
3.3.4	Application du modèle MMP16 au cas LS89 . . . . .	111
3.3.5	Autres possibilités . . . . .	112

## Table des matières

<b>4</b>	<b>Extension du modèle <math>\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}</math> aux parois rugueuses</b>	<b>115</b>
4.1	Présentation du modèle de Stripf <i>et al.</i> . . . . .	116
4.2	Implantation de la correction de Stripf <i>et al.</i> dans le modèle $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ . . . . .	117
4.3	Mise en place du cas KIT-LPTV sur paroi lisse . . . . .	118
4.3.1	Présentation du cas KIT-LPTV . . . . .	118
4.3.2	Premiers calculs sur surface lisse . . . . .	119
4.3.3	Étude de l'influence de la température de paroi . . . . .	122
4.4	Validation de l'extension aux parois rugueuses du modèle $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ à l'aide de la configuration KIT-LPTV . . . . .	126
4.4.1	Évaluation de l'implantation de la correction de Stripf <i>et al.</i> au niveau de $R_{\theta_t}$ . . . . .	126
4.4.2	Évaluation de l'implantation de la correction de Stripf <i>et al.</i> au niveau de $R_{\theta_c}$ . . . . .	129
4.5	Évaluation de l'extension aux parois rugueuses du modèle $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ sur le cas T106C . . . . .	135
4.6	Détails sur la mise en données d'un calcul . . . . .	137
<b>5</b>	<b>Extension du modèle de transition <math>\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}</math> au modèle de turbulence <math>k\text{-}l</math> de Smith</b>	<b>139</b>
5.1	Couplage du modèle de transition $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ au modèle de turbulence $k\text{-}l$ de Smith . . . . .	140
5.2	Étude du dysfonctionnement du couplage $k\text{-}l\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ initial . . . . .	142
5.3	Adaptation du modèle $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ au modèle $k\text{-}l$ . . . . .	144
5.4	Évaluation du modèle $k\text{-}l\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ sur des cas de turbine . . . . .	145
5.4.1	Évaluation du modèle $k\text{-}l\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ sur les cas LS89 . . . . .	145
5.4.2	Évaluation du modèle $k\text{-}l\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ sur les cas T106C . . . . .	148
5.5	Développement de nouvelles fonctions de corrélation spécifiques aux turbines basse-pression pour le modèle $k\text{-}l\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ . . . . .	151
	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>153</b>
<b>A</b>	<b>Résultats de calculs</b>	<b>157</b>
A.1	Utilisation des corrélations d'Abu-Ghannam et Shaw et de Mayle . . . . .	157
A.2	Utilisation des corrélations de Menter et Langtry pour $F_{\text{length}}$ et $R_{\theta_c}$ . . . . .	161
A.3	Comparaison des résultats fournis par notre nouveau modèle (MMP16) avec le modèle initial (CH10) . . . . .	165
A.4	KIT LPTV - Calculs sur paroi lisse . . . . .	169
A.5	KIT LPTV - Calculs sur parois rugueuses . . . . .	173



# Liste des figures

1.1	Déformation des ondes de Tollmien-Schlichting . . . . .	10
1.2	Transition par mode de Tollmien-Schlichting, d'après Werlé, Onera. . . . .	10
1.3	Amplification des stries dans la couche limite (instabilités multimodales). D'après Matsubara et Alfredsson, KTH. . . . .	10
1.4	Visualisation des stries haute et basse vitesse sous l'effet du Lift-up, de Pamiès (2008). . . . .	11
1.5	Écoulement autour d'un bulbe de décollement et distribution de vitesse d'écoulement externe associée. D'après Mayle (1991). . . . .	12
1.6	Schéma expliquant la présence d'une zone calme derrière un spot turbulent. D'après Halstead <i>et al.</i> (1997). . . . .	13
1.7	Schémas de développement de couche limite sur une aube de compresseur (a) et de turbine (b) en présence d'un sillage périodique. D'après Halstead <i>et al.</i> (1997). . . . .	14
1.8	Critère de transition de Granville (1953). . . . .	22
1.9	Critère de transition d'Abu-Ghannam et Shaw (1980). . . . .	23
1.10	Tracé de différentes fonctions $F_{\text{length}}$ (traits pleins) et $R_{\theta_c}$ (pointillés) . . . . .	35
1.11	Comparaison de la corrélation de Langtry (2006) à des résultats de stabilité sur des profils de similitude de Falkner Skan. Tiré de Perraud <i>et al.</i> (2014) . . . . .	37
1.12	Relevés de surface mettant en évidence la disparité de forme des rugosités rencontrées en turbomachines. Tiré de Bons <i>et al.</i> (2001) . . . . .	40
1.13	Influence de différents niveaux de rugosité sur une grille de compresseur. De Arts (2009) . . . . .	45
1.14	Comparaison des pertes sur une cascade d'aubes HP en présence de rugosités pour trois niveaux de turbulence. Les mentions « with/without air » font référence à un dispositif d'injection d'air au niveau des barreaux de la grille capable d'augmenter le niveau de turbulence. De Boyle et Senyitko (2003) . . . . .	46
1.15	Forme des waviness du critère de Fage (1943). . . . .	47
1.16	Forme des rugosités prises en compte dans le modèle de Stripf <i>et al.</i> (2008) . . . . .	49
2.1	T106C - pertes aérodynamiques - classification des bulbes de décollement. Reproduit de Michálek <i>et al.</i> (2008) . . . . .	54

## LISTE DES FIGURES

2.2	Soufflerie pressurisée haute vitesse S1/C du VKI. Figure issue de Michálek <i>et al.</i> (2012). . . . .	55
2.3	Schéma de la veine S1 du VKI mettant en évidence l'angle entre la cascade d'aube et la grille de turbulence. Figure issue de Michálek et Arts (2008). . . . .	56
2.4	Obtention des valeurs pour les grandeurs turbulentes à spécifier à l'entrée du domaine de calcul pour le cas T106C à $R_{2, is} = 80\,000$ . . . . .	57
2.5	Décroissance du taux de turbulence entre l'entrée du domaine de calcul et le bord d'attaque (cas T106C, $Tu = 0,9\%$ , $R_{2, is} = 120\,000$ ). . . . .	58
2.6	Présentation du maillage T106C . . . . .	59
2.7	T106C, $Tu = 0,9\%$ - Relevés de nombres de Mach isentropiques sur l'extrados pour différents nombres de Reynolds isentropiques de sortie. . . . .	61
2.8	T106C, $Tu = 0,9\%$ - Pertes aérodynamiques en fonction du nombre de Reynolds isentropique de sortie . . . . .	62
2.9	T106C, $Tu = 1,8\%$ - Relevés de nombres de Mach isentropiques sur l'extrados pour différents nombres de Reynolds isentropiques de sortie. . . . .	63
2.10	T106C, $Tu = 1,8\%$ - Pertes aérodynamiques en fonction du nombre de Reynolds isentropique de sortie . . . . .	64
2.11	T106C - Relevés de nombres de Mach isentropiques sur la partie aval de l'extrados pour différents nombres de Reynolds isentropiques de sortie. Comparaison 2D/3D. . . . .	65
2.12	T106C - Pertes en fonction du nombre de Reynolds isentropique de sortie . . . . .	66
2.13	T106C - Relevés de nombres de Mach isentropiques sur la partie aval de l'extrados pour différents nombres de Reynolds isentropiques. Comparaison entre la mise en données S1 et $\frac{\mu_t}{\mu} _{in} = 0,1$ . . . . .	68
2.14	T106C - $Tu = 0,9\%$ - Pertes en fonction du nombre de Reynolds isentropique de sortie. Comparaison entre la mise en données S1 et bas $\frac{\mu_t}{\mu} _{in}$ . . . . .	69
2.15	Décroissance du taux de turbulence (en %) entre l'entrée du domaine et le bord d'attaque pour deux valeurs de $\frac{\mu_t}{\mu} _{in}$ . . . . .	70
2.16	T106C - $Tu = 0,9\%$ - $k-\omega-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$ Wilcox - Relevés de nombre Mach isentropique sur l'extrados et pertes pour plusieurs nombres de Reynolds isentropiques de sortie et plusieurs valeurs de $k_{prod\_limiter}$ . . . . .	71
2.17	T106C - $Tu = 0,9\%$ - $k-\omega-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$ SST - Relevés de nombres Mach isentropique sur l'extrados et pertes pour plusieurs nombres de Reynolds isentropiques de sortie et plusieurs valeurs de $k_{prod\_limiter}$ . . . . .	72
2.18	T106C - $Tu = 0,9\%$ - Iso-contour de $Tu$ (couleurs) et de $\gamma$ (lignes) à $R_{2, is} = 100\,000$ pour deux formulations de $P_k$ différentes. Les résultats des deux calculs sont superposés verticalement. Les lignes vertes pleines soulignent la zone décollée. . . . .	72

## LISTE DES FIGURES

2.19	T106C - $Tu = 0,9 \%$ - Relevés de nombres de Mach isentropiques sur la partie aval de l'extrados pour différents nombres de Reynolds isentropiques de sortie et avec la formulation $P_k = \mu_t \Omega^2$ . . . . .	74
2.20	T106C - Pertes en fonction du nombre de Reynolds isentropique de sortie avec la formulation $P_k = \mu_t \Omega^2$ . . . . .	75
2.21	T106C - $Tu = 0,9 \%$ - Indépendance à la valeur de $n$ de $P_k$ en formulation -V - relevés de nombres de Mach isentropiques à $R_{2,is} = 160\,000$ . . . . .	76
2.22	T106C - Champs de nombre de Mach à $R_{2,is} = 250\,000$ en aval de l'aube maillée le plus finement (x4x2). Mise en évidence du raccord no-match. . . . .	77
2.23	T106C - Relevés de nombres de Mach isentropiques sur l'extrados à $R_{2,is} = 100\,000$ sur différents maillages. Les tendances sont similaires aux autres nombres de Reynolds. . . . .	77
2.24	T106C - Relevés de nombres de Mach isentropiques sur l'extrados pour différents nombres de Reynolds isentropiques de sortie, comparaison entre la mise en données S1 et la méthode bas $R_T$ . . . . .	79
2.25	T106C - Pertes en fonction du nombre de Reynolds isentropique, comparaison entre la mise en données S1 et la méthode bas $R_T$ . . . . .	80
2.26	T106C - Relevés de nombres de Mach isentropiques sur l'extrados pour différents angles d'incidence à $M_{2,is} = 0,645$ . Les tendances sont similaires aux autres nombres de Mach isentropiques de sortie. . . .	82
2.27	T106C - Relevés de nombres de Mach isentropiques sur l'extrados pour différents nombres de Mach isentropiques de sortie à $\alpha = 35^\circ$ . Les tendances sont similaires aux autres incidences. . . . .	83
2.28	T106C - Relevés de nombres de Mach isentropiques sur l'extrados pour le couple ( $\alpha = 35^\circ$ ; $M_{2,is} = 0,66$ ) identifié comme le plus pertinent. . . .	84
2.29	Corrélations de Langtry (2006), Mayle (1991) et Abu-Ghannam et Shaw (1980) donnant le nombre de Reynolds de transition en fonction du gradient de pression pour trois taux de turbulence différents. . . .	86
2.30	T106C - $Tu = 0,9 \%$ (gauche) et $Tu = 1,8 \%$ (droite) - Utilisation de trois corrélations pour $R_{\theta_c}$ . Ensemble des résultats en annexe A.1 . . .	87
2.31	Comparaison des corrélations de Langtry et Content sur la plage de nombre de Reynolds de transition correspondant à la T106C . . . . .	88
2.32	T106C - $Tu = 0,9 \%$ (gauche) et $Tu = 1,8 \%$ (droite) - Utilisation de deux paires de corrélations $F_{length}$ et $R_{\theta_c}$ différentes. Ensembles des résultats en annexe A.2 . . . . .	90
2.33	LS89 - Présentation du maillage utilisé pour les calculs. . . . .	93
2.34	LS89 - Relevés de coefficients d'échanges thermiques pour différents cas d'écoulements. . . . .	94
3.1	T106C - $s_1 = 10$ - Étude de l'influence de la constante $s_1$ sur les pertes. . . .	97
3.2	T106C - $s_1 = 10$ - Étude de l'influence de la constante $s_1$ sur les distributions de nombres de Mach isentropiques. . . . .	98
3.3	Exemplification de la paramétrisation de la fonction $F_{length}$ . . . . .	100
3.4	Exemple d'échantillon LHS de 64 fonctions $R_{\theta_c}$ et $F_{length}$ . . . . .	102



## LISTE DES FIGURES

3.5	T106C - Comparaison à l'aide des pertes aérodynamiques de notre nouveau modèle (MMP16) au modèle initial (CH10). . . . .	104
3.6	T106C - Comparaison des distributions de nombres de Mach isentropiques pour deux cas d'écoulement entre notre nouveau modèle et le modèle initial. . . . .	106
3.7	Tracé des fonctions $R_{\theta_c}$ et $F_{\text{length}}$ pour le modèle CH10 et notre nouveau modèle (MMP16). . . . .	106
3.8	T106C - Comparaison, à l'aide des pertes aérodynamiques, de la méthode basée sur le simplex et celle basée sur le Kriging. . . . .	108
3.9	T106C - Comparaison, à l'aide de deux relevés de nombres de Mach isentropiques, de la méthode basée sur le simplex et celle basée sur le Kriging. . . . .	108
3.10	T106C - Comparaison à l'aide des pertes aérodynamiques du nouveau modèle construit avec $s_1 = 10$ (MMP16V2) aux modèles MMP16 et CH10. . . . .	109
3.11	Tracé des fonctions $R_{\theta_c}$ et $F_{\text{length}}$ pour le modèle CH10 et notre nouveau modèle. . . . .	110
3.12	Évaluation du modèle MMP16 sur le cas LS89. . . . .	111
3.13	T106C - Comparaison des résultats obtenus à l'aide du modèle CH10 et du modèles optimisé sur quatre cas de bulbes ouverts et longs . .	112
4.1	Forme des rugosités utilisée pour la construction du modèle de Stripf <i>et al.</i> (2009) . . . . .	117
4.2	Représentation de l'aube KIT-LPTV ainsi que du maillage utilisé pour les calculs de ce chapitre . . . . .	119
4.3	KIT-LPTV - Calculs sur paroi lisse à $T_p = 295$ K. Les abscisses négatives correspondent à l'intrados, les positives à l'extrados. . . .	121
4.4	KIT-LPTV - Relevés expérimentaux de température pariétale avec mise en évidence de la moyenne et de l'écart type . . . . .	122
4.5	KIT-LPTV - Étude de l'influence de la température pariétale - calculs à $T_p = T_{p,\text{moy}} - \sigma$ (—), $T_p = T_{p,\text{moy}}$ (—) et $T_p = T_{p,\text{moy}} + \sigma$ (—) . . .	124
4.6	KIT-LPTV - Comparaison de distributions de nombres de Nusselt sur paroi lisse entre les essais et les calculs à $T_p = T_{p,\text{moy}}$ . . . . .	125
4.7	KIT-LPTV - Prise en compte des rugosités grâce à la correction de $R_{\theta_t}$	128
4.8	KIT-LPTV - Évaluation de la sensibilité à la hauteur de rugosité de l'extension du modèle $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ aux parois rugueuses . . . . .	130
4.9	KIT-LPTV - Évaluation de la sensibilité à la densité de rugosité de l'extension du modèle $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ aux parois rugueuses . . . . .	132
4.10	KIT-LPTV - Topographie de la rugosité 40rnd . . . . .	133
4.11	KIT-LPTV - Évaluation de l'extension du modèle $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ aux parois rugueuses sur des rugosités aléatoires (40rnd) . . . . .	134
4.12	T106C - $Tu = 3,2$ % - Influence de la hauteur de rugosité sur le facteur de forme de la couche limite. . . . .	136
4.13	T106C - $Tu = 3,2$ % - Influence de la hauteur de rugosité sur les pertes aérodynamiques. . . . .	136
5.1	LS89 - Évaluation du couplage $k\text{-}l\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ . . . . .	141

## LISTE DES FIGURES

5.2	LS89 MUR235 - Extraction dans la couche limite le long du maximum de $R_\nu$ . . . . .	142
5.3	LS89 MUR235 - Extractions dans la couche limite le long du maximum de $R_\nu$ . . . . .	145
5.4	LS89 - Comparaison des versions initiales et finales des modèles $k-l-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$ au modèle $k-\omega-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$ . . . . .	147
5.5	T106C - Évaluation du modèle $k-l-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$ . . . . .	149
5.6	T106C - $Tu = 3,2\%$ , $R_{2, \text{is}} = 100\,000$ - Comparaison iso-coutour de $\frac{\mu_t}{\mu}$ (couleur) et d'intermittence (lignes noires) pour les modèles $k-\omega-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$ et $k-l-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$ . . . . .	150
5.7	T106C, $R_{2, \text{is}} = 100\,000$ - Comparaison des modèles $k-\omega-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$ CH10 et $k-l-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$ recalibré . . . . .	152
5.8	Corrélations dédiées aux écoulements de turbine basse-pression pour le modèle $k-l-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$ . . . . .	152
A.1	T106C $Tu = 0,9\%$ - Relevés de nombre de Mach isentropic - Utilisation de trois corrélations pour $R_{\theta_t}$ . . . . .	158
A.2	T106C $Tu = 1,8\%$ - Relevés de nombres de Mach isentropiques - Utilisation de trois corrélations pour $R_{\theta_t}$ . . . . .	159
A.3	T106C $Tu = 0,9\%$ - pertes aérodynamiques - Utilisation de trois corrélations pour $R_{\theta_t}$ . . . . .	160
A.4	T106C $Tu = 1,8\%$ - pertes aérodynamiques - Utilisation de trois corrélations pour $R_{\theta_t}$ . . . . .	160
A.5	T106C $Tu = 0,9\%$ - Relevés de nombres de Mach isentropiques - Utilisation de deux paires de corrélations $F_{\text{length}}$ et $R_{\theta_c}$ différentes . . . . .	162
A.6	T106C $Tu = 1,8\%$ - Relevés de nombres de Mach isentropiques - Utilisation de deux paires de corrélations $F_{\text{length}}$ et $R_{\theta_c}$ différentes . . . . .	163
A.7	T106C $Tu = 0,9\%$ - pertes aérodynamiques - Utilisation de deux paires de corrélations $F_{\text{length}}$ et $R_{\theta_c}$ différentes . . . . .	164
A.8	T106C $Tu = 1,8\%$ - pertes aérodynamiques - Utilisation de deux paires de corrélations $F_{\text{length}}$ et $R_{\theta_c}$ différentes . . . . .	164
A.9	T106C, $Tu = 0,9\%$ - Comparaison des distributions de nombres de Mach isentropiques entre notre nouveau modèle (MMP16) et le modèle initial (CH10). . . . .	166
A.10	T106C, $Tu = 1,8\%$ - Comparaison des distributions de nombres de Mach isentropiques entre notre nouveau modèle (MMP16) et le modèle initial (CH10). . . . .	167
A.11	T106C, $Tu = 1,8\%$ - Comparaison des distributions de nombres de Mach isentropiques entre notre nouveau modèle (MMP16) et le modèle initial (CH10). . . . .	168
A.12	Relevés de vitesse autour de l'aube KIT-LPTV . . . . .	169
A.13	KIT LPTV - Comparaison des flux de chaleurs entre le calcul et les essais sur paroi lisse . . . . .	170
A.14	KIT LPTV - Comparaison des flux de chaleurs entre le calcul et les essais sur paroi lisse . . . . .	171

A.15 KIT LPTV - Comparaison des flux de chaleurs entre le calcul et les essais sur parois rugueuses . . . . .	174
A.16 KIT LPTV - Comparaison des flux de chaleurs entre le calcul et les essais sur parois rugueuses . . . . .	175
A.17 KIT LPTV - Comparaison des flux de chaleurs entre le calcul et les essais sur parois rugueuses . . . . .	176
A.18 KIT LPTV - Comparaison des flux de chaleurs entre le calcul et les essais sur parois rugueuses . . . . .	177
A.19 KIT LPTV - Comparaison des flux de chaleurs entre le calcul et les essais sur parois rugueuses . . . . .	178
A.20 KIT LPTV - Comparaison des flux de chaleurs entre le calcul et les essais sur parois rugueuses . . . . .	179
A.21 KIT LPTV - Comparaison des flux de chaleurs entre le calcul et les essais sur parois rugueuses . . . . .	180
A.22 KIT LPTV - Comparaison des flux de chaleurs entre le calcul et les essais sur parois rugueuses . . . . .	181
A.23 KIT LPTV - Comparaison des flux de chaleurs entre le calcul et les essais sur parois rugueuses . . . . .	182
A.24 KIT LPTV - Comparaison des flux de chaleurs entre le calcul et les essais sur parois rugueuses . . . . .	183
A.25 KIT LPTV - Comparaison des flux de chaleurs entre le calcul et les essais sur parois rugueuses . . . . .	184
A.26 KIT LPTV - Comparaison des flux de chaleurs entre le calcul et les essais sur parois rugueuses . . . . .	185

# Nomenclature

## Symboles Latins

$A_s$	Aire qu'aurait eu la surface en absence de rugosités
$C_f$	coefficient de frottement pariétal, $\frac{\tau_w}{0,5\rho_\infty U_\infty^2}$
$C_p$	coefficient de pression, $\frac{P-P_\infty}{0,5\rho_\infty U_\infty^2}$
$c$	corde
$c_p$	chaleur spécifique à pression constante
$c_v$	chaleur spécifique à volume constant
$E$	énergie totale
$e$	énergie interne
$g$	distance inter-aube
$H$	coefficient d'échange de chaleur
$h_m$	hauteur moyenne des rugosités = $\frac{V_R}{A_s} \neq Ra$
$Ku$	coefficient d'aplatissement (moment statistique d'ordre 4, Kurtosis)
$k$	énergie cinétique turbulente
$k_s$	hauteur de grain de sable équivalent
$k_s^+$	hauteur de grain de sable équivalent adimensionnée, $\frac{\rho u_\tau k_s}{\mu}$
$k$	hauteur de rugosité
$k_{th}$	conductivité thermique
$l$	échelle de longueur de la turbulence
$M$	nombre de Mach
$N$	facteur d'amplification total
$n$	coordonnée normale à la paroi
$Nu$	nombre de Nusselt, $\frac{Hc}{k_{th}}$

## Nomenclature

$P$	pression
$Pr$	nombre de Prandtl, $\frac{c_p \mu}{\kappa}$
$q$	racine carrée du double de l'énergie cinétique turbulente, $q^2 = 2k$
$R$	nombre de Reynolds, $\frac{\rho U L}{\mu}$
$Ra$	hauteur de rugosité moyenne (norme $L_1$ )
$Rq$	hauteur de rugosité en moyenne quadratique (norme $L_2$ )
$R_T$	nombre de Reynolds turbulent, $\frac{\rho k}{\mu \omega} = \frac{\mu_t}{\mu}$
$Rt$	hauteur de rugosité maximale (norme $L_\infty$ )
$R_\nu$	nombre de Reynolds de vorticité, $\frac{\rho y^2 S}{\mu}$
$\overline{R_{\theta_t}}$	Nombre de Reynolds transport� par la deuxième équation du modèle $\gamma$ - $\overline{R_{\theta_t}}$
$Sk$	coefficient de dissymétrie (moment statistique d'ordre 3, « Skewness » )
$S_{ij}$	tenseur des taux de déformation, $\frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$
$T$	température
$Tu$	taux de turbulence extérieure, $\frac{\sqrt{2k/3}}{U}$
$t$	variable temporelle
$t_P$	échelle de temps caractéristique de production de $\overline{R_{\theta_t}}$ , $\frac{500\mu}{\rho U^2}$
$U$	norme du vecteur de la vitesse moyenn�e
$U_i, U_j, U_k$	composantes du vecteur vitesse moyenn�e
$u, v, w$	composantes de vitesse dans les directions $x, y, z$ respectivement
$u_\tau$	vitesse de frottement, $\sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$
$V_R$	Volume occupé par les rugosités
$\mathbf{w}$	vecteur d'état
$x, y, z$	coordonnées cartésiennes
$y^+$	distance à la paroi adimensionnée, $\frac{y u_\tau}{\nu}$

### Symboles Grecs

$\gamma$	fonction d'intermittence
$\delta$	épaisseur de couche limite
$\delta_1$	épaisseur de déplacement
$\delta_{ij}$	symbole de Kronecker
$\zeta$	coefficient de perte de pression totale (%)
$\theta$	épaisseur de quantité de mouvement

## Nomenclature

$\kappa$	conductivité thermique du fluide
$\lambda_\theta$	paramètre de Pohlhausen (gradient de pression), $\frac{\rho \theta^2}{\mu} \frac{dU}{ds}$
$\mu$	viscosité dynamique
$\mu_t$	viscosité turbulente
$\nu$	viscosité cinématique
$\rho$	masse volumique
$\tau$	tenseur des contraintes internes
$\tau'$	tenseur des contraintes de Reynolds
$\tau_w$	contrainte de frottement pariétal
$\Omega$	vorticité
$\omega$	taux de dissipation spécifique

## Indices

$(\cdot)_1$	conditions au niveau du plan 1 (amont)
$(\cdot)_2$	conditions au niveau du plan 2 (aval)
$(\cdot)_c$	valeur à l'abscisse critique
$(\cdot)_e$	valeur à l'extérieur de la couche limite
$(\cdot)_i$	conditions d'arrêt
$(\cdot)_{in}$	conditions à l'entrée du domaine de calcul
$(\cdot)_{is}$	isentropique
$(\cdot)_t$	valeur à l'abscisse de transition
$(\cdot)_w$	valeur à la paroi
$(\cdot)_\infty$	valeur à l'infini amont

## Exposants

$(\cdot)'$	grandeur instantanée
$\bar{(\cdot)}$	grandeur moyennée

## Acronymes

BP	Basse Pression
BSL	Baseline
CPU	Central Processing Unit
HP	Haute Pression
ONERA	Office National d'Etudes et Recherches Aéronautiques
RANS	Reynolds-Averaged Navier-Stokes

## Nomenclature

DNS	Direct Numerical Simulation
LES	Large-Eddy Simulation
SST	Shear-Stress Transport
TATMo	Turbulence and Transition Modelling for Special Turbomachinery Applications
TS	Tollmien-Schlichting
UGEN	Université de Gênes
VKI	von Karman Institute

# Introduction

La diminution de la consommation, des émissions de polluants et des nuisances sonores de nos moyens de transport est un enjeu majeur. En aéronautique, ceci passe notamment par l'amélioration des performances globales d'un turboréacteur. Dans ce cadre, plusieurs voies de développement sont possibles. Pour diminuer la consommation spécifique, on peut notamment augmenter le taux de dilution du moteur. Ceci donne une soufflante de diamètre plus important et la turbine basse pression qui entraîne cette soufflante se retrouve ainsi plus chargée. L'écoulement sur l'extrados des aubes est plus détendu, pouvant entraîner le décollement de la couche limite. En fait, une autre voie d'amélioration mène également à des aubes de turbines plus fortement chargées. Elle part du constat que la turbine basse pression d'un moteur d'avion de ligne représente environ 30 % du poids total du moteur. Ainsi, une réduction de son poids est très bénéfique. Ceci peut notamment être obtenu en diminuant le nombre d'aubes par disque de turbine, ce qui entraîne une nouvelle augmentation de la charge par aube.

L'augmentation de la charge des aubes de turbines basse pression constitue un défi sur le plan mécanique, comme sur le plan aérodynamique. En effet, elle entraîne l'apparition de nouveaux décollements qui sont difficiles à comprendre sur le plan théorique et mettant en défaut nos outils actuels. Nous devons ainsi faire évoluer nos outils en anticipation de cette nouvelle génération de moteurs.

La prévision des écoulements autour de corps tels que les aubes de turbines repose notamment sur des outils de simulation numérique. En effet, les équations qui régissent la mécanique des fluides, les équations de Navier-Stokes, sont complexes sur le plan mathématique. Leur résolution analytique est impossible en général avec les outils mathématiques actuels et très peu de solutions particulières ont été découvertes. Certes, des modélisations simples existent (écoulement isentropique 1D, théorie des profils minces, théorie de la ligne portante, etc.) et constituent des outils de conception et de recherche très précieux. Cependant, ces outils deviennent limités pour l'optimisation fine de machines aussi complexes que les avions ou les hélicoptères.

Pour obtenir l'écoulement complet autour d'un objet, il est possible, à l'aide d'outils numériques, de résoudre directement les équations de Navier-Stokes dans un espace donné. Ces simulations, qualifiées de DNS (Direct Numerical Simulation), sont en pratique très coûteuses en temps de calcul. Même si l'utilisation de la DNS



devient de plus en plus fréquente, cette technique reste réservée à des études sur des cas académiques. On ne peut pas utiliser une approche DNS en bureau d'étude.

Grâce à l'augmentation de la puissance des calculateurs, une technique similaire sur le principe, mais moins coûteuse en temps de calcul, se démocratise. Il s'agit de la Simulation des Grandes Échelles, ou LES pour Large Eddy Simulation. La LES consiste à résoudre les équations de Navier-Stokes sur un maillage trop lâche pour résoudre le spectre complet de la turbulence. Contrairement à la DNS, où l'on simule la turbulence de l'échelle intégrale jusqu'à l'échelle de Kolmogorov, les tourbillons de taille inférieure à quelques mailles de calcul ne sont pas résolus en LES. Un certain nombre de phénomènes, notamment les mécanismes de dissipation d'énergie cinétique en énergie thermique, sont modélisés. Cette technique, attractive de par la qualité des résultats fournis, est de plus en plus utilisée en bureau d'étude (principalement pour la simulation de chambres de combustion). Cependant, la LES reste coûteuse en temps de calcul lorsqu'il faut prendre en compte les écoulements en proche paroi avec précision, limitant notamment les possibilités de l'utiliser dans un processus d'optimisation. De plus, la prévision de certains phénomènes comme la transition de couche limite n'est pas maîtrisée avec cette technique.

L'approche la plus classique en simulation numérique des écoulements reste la technique dite Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS). Il s'agit de résoudre les équations de Navier-Stokes moyennées couplées à un modèle de turbulence. Cette méthode est la moins précise des trois méthodes présentées, mais est la seule viable pour le lancement d'un grand nombre de calculs sur des géométries complexes à haut nombre de Reynolds. Afin de fermer le système RANS, l'utilisation d'un modèle de turbulence est nécessaire. En turbomachine, les modèles à deux équations de transport tels que les modèles  $k-\omega$  et  $k-l$  sont majoritairement utilisés. En plus du modèle de turbulence, il est parfois nécessaire d'utiliser un modèle de transition de couche limite.

Par exemple, sur les turbines basse pression, la couche limite est laminaire sur une partie importante de la corde, pouvant entraîner des décollements laminaires. Ainsi, les aubes fortement chargées sont particulièrement sensibles à l'état de la couche limite se développant sur leur surface. Une bonne prévision par les méthodes numériques de la transition laminaire-turbulent s'impose donc pour ce type d'écoulement.

Les mécanismes qui amènent le passage d'un état laminaire à un état turbulent au sein d'une couche limite sont variés et complexes. Dans le cadre des turbomachines, Mayle (1991) discerne trois grands types de transition laminaire-turbulent : la transition naturelle, la transition bypass et la transition par bulbe de décollement. La transition naturelle est un processus n'intervenant qu'en présence de turbulence extérieure à la couche limite assez faible ( $\sim Tu < 1\%$ ). Le principe général de ce mécanisme est le suivant : la couche limite devenant sensible aux perturbations extérieures à partir d'un certain nombre de Reynolds critique, un mode particulièrement instable se développe fortement. L'instabilité, initialement sous forme d'ondes de Tollmien-Schlichting, dégénère en spots de turbulence. Dans la région de ces spots de turbulence, la couche limite est alternativement laminaire ou turbulente. Quand ces spots s'étendent jusqu'à couvrir toute la couche limite, elle devient pleinement turbulente. En transition bypass, ce qui correspond à un mode de transition en

présence d'un fort taux de turbulence extérieure ( $\sim Tu > 1\%$ ), la transition due uniquement à la croissance des modes de Tollmien-Schlichting est court-circuitée. Les perturbations extérieures qui pénètrent dans la couche limite sont d'une intensité telle qu'elles entraînent la formation de stries longitudinales (les modes de Klebanoff) qui dégénèrent rapidement en spots turbulents. En présence de forts gradients de pression adverses, la couche limite peut décoller. Si elle était encore laminaire au moment du décollement, la transition est déclenchée. Dans la plupart des cas, l'augmentation d'énergie cinétique turbulente liée à la transition permet à la couche limite de recoller. Il se forme alors une structure appelée « bulbe de décollement », la transition de couche limite s'effectuant dans ce bulbe.

Un certain nombre de facteurs influence la transition laminaire-turbulent. On peut citer le taux de turbulence extérieure à la couche limite, le gradient de pression le long de l'écoulement, l'état et la forme de la surface, etc. Parmi ces effets, la contribution de la rugosité de surface sur la transition est peu prise en compte chez les industriels aéronautiques, faute d'outil adéquat. De par leur effet très différent sur la transition, on peut discerner deux catégories de défauts de surface : les défauts ponctuels et les rugosités réparties. Les défauts ponctuels sont les défauts de types têtes de rivets, raccords de tôles, contamination par insectes, etc. Il existe un certain nombre de critères permettant de prévoir, au moins en partie, l'influence des défauts isolés sur la transition. Par exemple, le critère de Von Doenhoff et Braslow (1961) donne les hauteur et largeur critiques d'un défaut 3D isolé. Cependant, il existe beaucoup moins d'études concernant la transition avec rugosités réparties (à savoir l'état de surface d'une pièce neuve ainsi qu'une partie des défauts liés à l'usure). De ce fait, les modèles existants manquent de données afin d'être correctement calibrés.

En ce qui concerne la transition sur surface lisse, la situation est différente. En effet, un très grand nombre de modèles de transition ont été développés. Parmi tous ces modèles, une approche classique est celle par critère de transition. Le principe de cette approche est d'utiliser une corrélation empirique pour déterminer le nombre de Reynolds de transition de l'écoulement étudié. On a ainsi directement accès à l'abscisse de transition. Un critère fréquemment utilisé en turbomachine est le critère d'Abu-Ghannam et Shaw (1980), du fait de sa validité à haut taux de turbulence. Ces critères sont attractifs de par la simplicité de leur formulation. Cependant, l'utilisation de ces critères fait appel à des grandeurs non locales aux cellules de calcul (les grandeurs intégrales de la couche limite par exemple). Dans un code Navier-Stokes, ceci implique des temps de calculs élevés du fait de cet accès à des espaces mémoire éloignés. De plus, ces méthodes peuvent être difficiles à paralléliser.

Langtry et Menter (2009) ont ainsi développé un modèle basé uniquement sur des grandeurs locales aux cellules de calcul. Ce modèle, dit  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ , repose sur deux notions permettant de respecter ce principe de localité : d'abord, Menter *et al.* (2002) proposent d'estimer le nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement en utilisant le nombre de Reynolds de vorticité, un nombre de Reynolds basé uniquement sur des grandeurs locales. Puis, Langtry *et al.* (2006) introduisent deux nouvelles équations de transport au système d'équations RANS. Le principe de ces équations est le suivant : de la même manière qu'un écoulement va advecter et diffuser une quantité scalaire (une goutte de colorant par exemple), intégrer une

équation de transport pour une variable quelconque en parallèle du système RANS a pour effet de répandre cette variable sur tout le maillage, rendant sa valeur disponible en chaque cellule de calcul. Langtry *et al.* proposent ainsi une équation de transport pour la variable  $\overline{R_{\theta_t}}$  d'une part, ainsi qu'une pour l'intermittence  $\gamma$  d'autre part. La première équation permet aux cellules de la couche limite de connaître le nombre de Reynolds de transition de l'écoulement  $R_{\theta_t}$ , qui a été estimé à l'extérieur de la couche limite à l'aide d'une corrélation classique. L'intermittence, telle que définie dans ce modèle, est une variable numérique permettant le pilotage du modèle de turbulence. Au niveau de la couche limite et une fois la transition détectée, l'intermittence passe graduellement de 0 à 1, activant ainsi progressivement le terme de production d'énergie cinétique turbulente afin de modéliser la zone de transition.

Le modèle de transition de Menter et Langtry a été développé dans un cadre relativement général, afin de maximiser son applicabilité. Ce modèle, implanté dans elsA par Content (2011) et Benyahia (2012), s'est montré assez précis pour certains cas d'aérodynamique externe ainsi que sur des turbines haute pression (HP). Cependant, dans le cadre des écoulements spécifiques aux aubes de turbines basse pression (BP), un certain nombre de limitations ont été mises en évidence (Babajee (2013); Babajee et Arts (2012); Benyahia (2012); Benyahia et Houdeville (2010)). En particulier, on est contraint à utiliser un nombre de Reynolds turbulent amont très faible pour obtenir la formation de bulbes longs. De plus, le modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  limite le choix du modèle de turbulence au modèle  $k\text{-}\omega$  de Menter, ce qui limite ainsi son applicabilité. Enfin, le modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  ne prend pas en compte la rugosité de surface. Or, cette dernière peut entraîner une transition de la couche limite avant l'apparition du décollement laminaire, ce qui entraînerait la disparition du bulbe. Il faut ainsi prendre en compte l'état de surface dans notre méthode de prévision de la transition.

C'est dans ce cadre que se place notre étude. Elle consiste à étendre l'utilisation du modèle de transition  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  à d'autres modèles de turbulence, à l'adapter au cas de turbines basse pression fortement chargées et à prendre en compte la rugosité de surface.

Ainsi nos travaux s'orientent tout d'abord vers l'utilisation du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  en parallèle des modèles  $k\text{-}\omega$  Wilcox. Ce modèle ayant une forme proche de celui de  $k\text{-}\omega$  SST de Menter, le modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  ne nécessite aucune reformulation. Cependant, le passage à un modèle de turbulence non couplé à un limiteur SST donne lieu à de fortes augmentations de viscosité turbulente au niveau du bord d'attaque, ce qui a un effet néfaste sur le développement de la couche limite laminaire. De ce fait, ce phénomène doit être supprimé. Nous avons aussi profité de ce changement au niveau de la modélisation pour travailler sur la mise en données des calculs afin de s'assurer que nos modèles sont utilisés de façon optimale dans le cadre d'applications en turbomachine.

Ensuite, nous nous sommes concentrés sur l'amélioration du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  sur des cas de transition par bulbe de décollement. Plusieurs pistes sont étudiées, portant tantôt sur des constantes, tantôt directement sur les fonctions de corrélation du modèle.

## Introduction

---

Puis, notre travail a consisté à prendre en compte la rugosité de surface dans le modèle de transition. Ceci complète notre outil de modélisation de la transition sur aubes de turbine, qui est maintenant adapté aux transitions attachées et décollées, tout en prenant en compte les rugosités de surfaces.

Cependant, tout ce travail est effectué en utilisant des modèles de turbulence  $k-\omega$ , alors que le modèle  $k-l$  est aussi très répandu. Nous allons ainsi terminer ce manuscrit en appliquant le travail précédent au modèle  $k-l$  de Smith.



# Étude bibliographique

## Sommaire

---

<b>1.1 Présentation de mécanismes de transition laminaire-turbulent en couche limite . . . . .</b>	<b>9</b>
1.1.1 Transition naturelle . . . . .	9
1.1.2 Transition Bypass . . . . .	10
1.1.3 Transition par bulbe de décollement . . . . .	11
1.1.4 Relaminarisation . . . . .	13
1.1.5 Interaction sillage-couche limite . . . . .	13
<b>1.2 Présentation des équations utilisées en modélisation RANS . . . . .</b>	<b>15</b>
1.2.1 Équations de Navier-Stokes . . . . .	15
1.2.2 Équations de Navier-Stokes moyennées . . . . .	17
1.2.3 Formulation de quelques modèles de turbulence . . . . .	18
1.2.4 Quelques remarques sur les codes Navier-Stokes . . . . .	21
<b>1.3 Explicitation de modèles de transition laminaire-turbulent couramment utilisés . . . . .</b>	<b>22</b>
1.3.1 Modèles basés sur des corrélations empiriques . . . . .	22
1.3.2 Méthode $e^N$ . . . . .	24
1.3.3 Notion d'intermittence et modélisation . . . . .	24
1.3.4 Nombre de Reynolds de vortacité . . . . .	25
<b>1.4 Le modèle <math>\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}</math> de Menter et Langtry . . . . .</b>	<b>27</b>
1.4.1 Équation de transport pour l'intermittence . . . . .	27
1.4.2 Équation de transport pour $\overline{R_{\theta_t}}$ . . . . .	29
1.4.3 Modélisation de la transition par bulbe de décollement . .	30
1.4.4 Fonctions de corrélation utilisées dans le modèle $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ .	31
1.4.5 Couplage du modèle $k\text{-}\omega$ SST de Menter au modèle $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$	35
1.4.6 Limites du modèle . . . . .	36
<b>1.5 Rugosités de surface en turbomachine . . . . .</b>	<b>37</b>
1.5.1 Origine des rugosités . . . . .	38
1.5.2 Caractérisation des rugosités . . . . .	41

1.5.3	Effet des rugosités sur les performances aéro-thermiques des turbomachines . . . . .	44
1.5.4	Modèles de transition en présence de parois rugueuses . .	47

---

Afin de se familiariser avec les phénomènes physiques en jeu d'une part et les modèles numériques utilisés d'autre part, une étude bibliographique a été menée. Cette dernière est présentée dans ce premier chapitre. Dans ce cadre, nous résumerons d'abord (section 1.1) rapidement les mécanismes régissant la transition laminaire-turbulent, avant de passer à un paragraphe plus orienté vers la modélisation numérique. En effet, la deuxième section explicite successivement les équations de Navier-Stokes, les équations RANS ainsi que les équations des modèles de turbulence  $k-l$  de Smith,  $k-\omega$  de Wilcox et  $k-\omega$  de Menter. Nous passerons ensuite à la modélisation de la transition laminaire-turbulent. La quantité de modèles de transition existants est telle que leur revue ne peut être exhaustive. Il a de ce fait été choisi de garder la section 1.3 relativement sobre, en détaillant plus longuement en section 1.4 le modèle utilisé dans le cadre du travail présenté dans ce manuscrit : le  $\gamma-\overline{R_{\theta_i}}$  de Menter et Langtry. Enfin, nous proposons quelques pages sur le vaste sujet qu'est la transition sur paroi rugueuse, en se focalisant sur les problématiques rencontrées en turbomachine.

## 1.1 Présentation de mécanismes de transition laminaire-turbulent en couche limite

Les mécanismes qui amènent le passage d'un état laminaire à un état turbulent au sein d'une couche limite sont variés et complexes. L'environnement extérieur à la couche limite ainsi que la forme et l'état de la paroi peut influencer ce changement d'état, notamment en induisant un changement de chemin menant à la turbulence. Nous allons détailler ici quelque-uns des mécanismes de transition classiquement rencontrés en aéronautique.

### 1.1.1 Transition naturelle

La première description fine d'un mécanisme de transition laminaire-turbulent a été proposée par Tollmien (1929) et Schlichting (1933). On qualifie depuis ce mode de transition naturelle ou de transition par mode de Tollmien-Schlichting (TS).

Si l'on se limite aux géométries bidimensionnelles (un profil ou une plaque plane placée sans flèche dans un écoulement uniforme) le mécanisme de transition naturelle est le suivant : au fur et à mesure que la couche limite laminaire se développe, l'épaisseur de couche limite augmente et le profil de vitesse se déforme. À partir d'un nombre de Reynolds de quantité de mouvement critique, la couche limite devient instable, au sens où elle agit comme un amplificateur spatial de petites perturbations. Pour chaque fréquence, le mode le plus instable se développe alors plus rapidement que les autres et devient rapidement prépondérant. Cette onde, qualifiée d'onde de Tollmien-Schlichting, prend la forme d'une instabilité bidimensionnelle. Pour certaines fréquences, l'amplification est telle que les ondes bidimensionnelles en amont sont déformées transversalement au cours de leur advection (voir figures 1.1 et 1.2).

La partie la plus aval de l'onde a tendance à monter et se retrouve ainsi dans une zone de vitesse plus rapide et y entraîne un déficit de vitesse. Ces pics de sous-



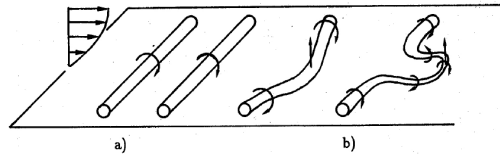


FIGURE 1.1 – Déformation des ondes de Tollmien-Schlichting

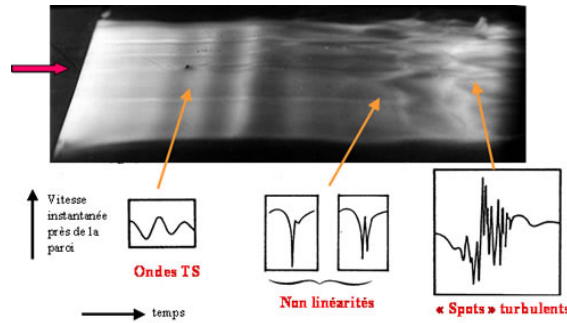


FIGURE 1.2 – Transition par mode de Tollmien-Schlichting, d'après Werlé, Onera.

vitesse donnent naissance à des spots turbulents qui se développent au cours de leur advection. Les spots finissent par se rejoindre pour former une couche limite turbulente pleinement développée. En présence de forte turbulence extérieure à la couche limite, ce mode de transition, dit modal, est court-circuité par un deuxième mécanisme de transition.

### 1.1.2 Transition Bypass

Si le taux de turbulence extérieure est important ( $Tu > \sim 1\%$ ), les perturbations extérieures se diffusent à l'intérieur de la couche limite et viennent l'exciter sur une large gamme de fréquences. L'amplitude de la perturbation induite dans la couche limite croît rapidement, sans qu'un mode en particulier ne soit prépondérant

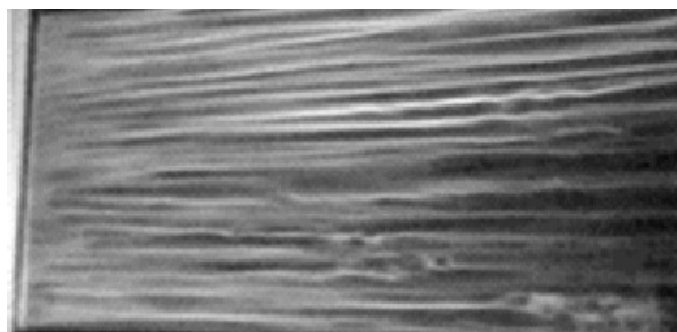


FIGURE 1.3 – Amplification des stries dans la couche limite (instabilités multimodales). D'après Matsubara et Alfredsson, KTH.

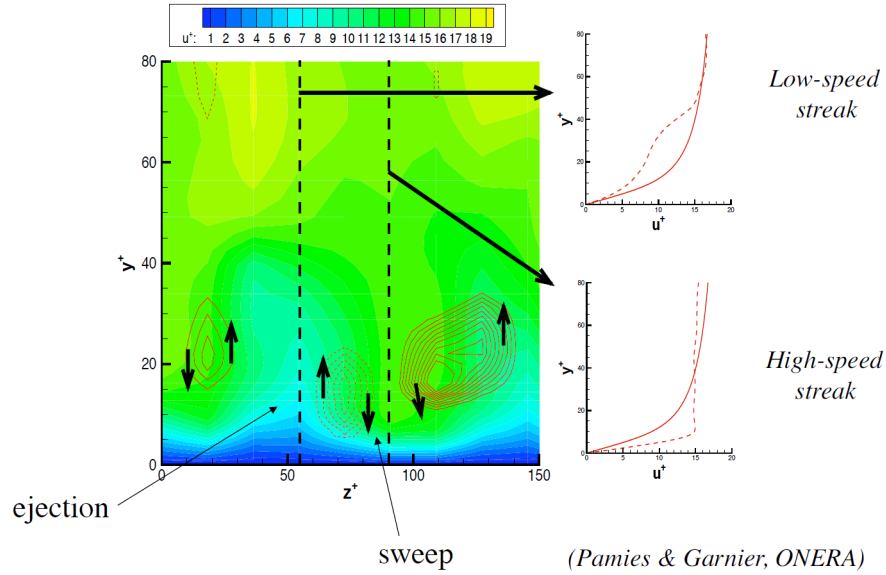


FIGURE 1.4 – Visualisation des stries haute et basse vitesse sous l’effet du Lift-up, de Pamiès (2008).

(instabilité dite non modale). De plus, à cause de la non-orthogonalité des fonctions propres, des interactions génératrices d’amplitudes conséquentes apparaissent (Schmid et Henningson (2001); Trefethen *et al.* (1993); Vermeersch (2009)). Ce processus d’amplification multimodale est appelé croissance transitoire ou croissance algébrique. Il s’agit de perturbations qui peuvent être individuellement amorties, mais dont la somme croît, au moins sur une distance courte, avant d’être amortie (comportement asymptotique retrouvé individuellement mode par mode). Si l’amplitude multimodale est assez importante, les perturbations dégénèrent en spots turbulents, ce qui entraîne la transition de la couche limite (éventuellement sans que le comportement asymptotique évoqué ne se produise).

Phénoménologiquement, la croissance multimodale se traduit par l’effet dit de lift-up (Landahl (1980)) : un tourbillon longitudinal remonte des particules de basse vitesse dans les couches supérieures de la couche limite et redescend des particules de haute vitesse dans les basses couches. Ceci conduit à la formation de stries alternées haute et basse vitesse, appelées modes de Klebanoff (Klebanoff (1971)), comme on peut l’observer sur les figures 1.3 et 1.4.

### 1.1.3 Transition par bulbe de décollement

Lorsque la couche limite laminaire se détache sous l’effet d’un fort gradient de pression, l’écoulement transitionne dans la zone décollée. Le processus de transition est alors dominé par le mécanisme de Kelvin-Helmholtz, qui peut interagir avec l’instabilité TS provenant de l’amont du décollement ainsi qu’avec les perturbations turbulentes remontant sous la couche de cisaillement (Hatman et Wang (1998)). L’augmentation d’énergie cinétique turbulente dans la zone cisailée entraîne généralement le recollement de la couche limite. On a alors une séparation laminaire (ou

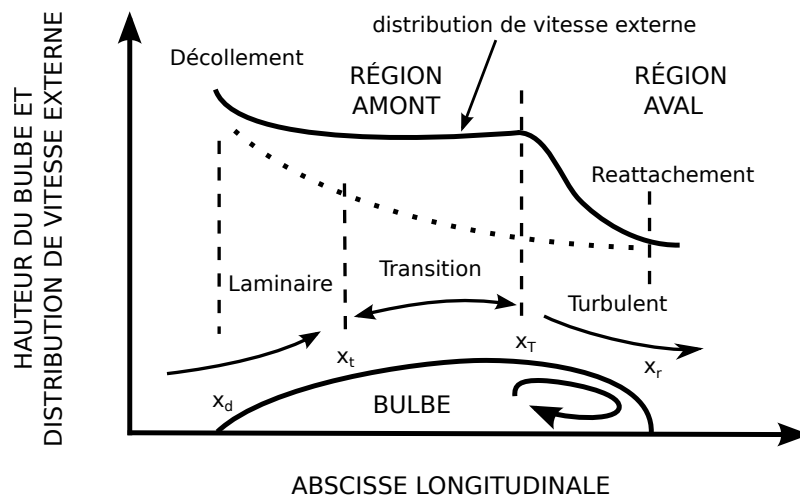


FIGURE 1.5 – Écoulement autour d'un bulbe de décollement et distribution de vitesse d'écoulement externe associée. D'après Mayle (1991).

éventuellement transitionnelle) et un recollement turbulent. Il se forme une zone de recirculation appelée bulbe de décollement.

Sur les aubes de turbines à gaz, un tel bulbe peut se former au niveau des zones de sur-vitesse derrière le bord d'attaque côté intrados et extrados ainsi qu'au niveau de la zone de forte dépression côté extrados (Mayle (1991)). On peut décomposer un bulbe de décollement en deux zones : une région amont dans laquelle la pression est quasi-constante et une région aval dans laquelle l'écoulement se recomprime (voir figure 1.5).

D'après Mayle (1991), la première région est composée d'un écoulement laminaire cisailé instable, dans lequel viennent se développer des spots turbulents après l'abscisse  $x_t$  (toujours sur la figure 1.5). L'écoulement est transitionnel jusqu'à l'abscisse  $x_T$  puis pleinement turbulent.

On discerne deux types de bulbe de décollement : les bulbes longs et les bulbes courts, qui se différencient notamment par leur impact sur la distribution de pression autour du profil (Mayle (1991)). Un bulbe court n'a qu'un impact local sur l'écoulement. En aval d'un tel bulbe, la distribution de pression est proche de celle que l'on aurait sans décollement. À l'inverse, un bulbe long a une influence notable sur l'ensemble de la distribution de pression. En particulier, un bulbe long se développant sur un profil entraîne de sévères baisses du coefficient de portance ainsi que d'importantes pertes aérodynamiques importantes. Un bulbe court peut en revanche se révéler bénéfique de par sa capacité à déclencher la transition. En effet, une couche limite turbulente résistant mieux au décollement, une transition se produisant assez tôt peut se révéler intéressante sur les aubes de turbine fortement chargées. Une telle utilisation d'un bulbe court est très délicate, car le passage du bulbe court au bulbe long (« Bursting ») dépend du nombre de Reynolds ainsi que de l'angle d'attaque du profil. Il est ainsi primordial de pouvoir mieux comprendre et mieux modéliser ces bulbes de décollement.

### 1.1.4 Relaminarisation

Sous l'effet de l'accélération, une couche limite turbulente peut retrouver des propriétés proches de celles d'une couche limite laminaire en terme d'épaisseur de quantité de mouvement, de coefficient de frottement et de facteur de forme. On parle alors de relaminarisation ou de transition inverse. Ce phénomène peut se produire sur l'intrados des profils d'aile, les canaux de sortie des chambres de combustion et sur l'extrados des aubes de turbine (Mayle (1991)).

Mayle propose l'explication suivante : sous l'effet de l'accélération, les tourbillons longitudinaux sont étirés et sont ainsi plus sensibles aux effets de dissipation. Un critère largement reconnu pour caractériser la relaminarisation est basé sur le paramètre d'accélération  $K$  :

$$K = \frac{\nu}{U_e} \cdot \frac{dU_e}{dx}$$

On considère qu'une couche limite pleinement turbulente se relaminarise pour  $K > 3 \cdot 10^{-2}$  (Launder (1964); Narasimha et Sreenivasan (1979); Narayanan et Ramjee (1969)).

### 1.1.5 Interaction sillage-couche limite

Dans certains cas, un sillage peut venir impacter le corps sur lequel se développe la couche limite. En écoulement de turbomachine, la plupart des aubes sont soumises au sillage d'une roue amont. En particulier, le bord de fuite des aubes de turbines étant arrondi pour des raisons de tenue mécanique, un sillage de type Von-Karman se développe et impacte de façon périodique l'étage suivant.

Lorsqu'un sillage impacte une couche limite, une partie de la turbulence du sillage pénètre dans la couche limite et des spots turbulents se forment. La couche limite transitionne alors par mode bypass et est turbulente à partir d'une abscisse plus amont qu'en absence de sillage. Si le sillage est périodique, la formation de ces spots n'est que temporaire. De plus, les spots se déplacent plus vite longitudinalement que les ondes TS produites en amont de ces spots :  $0,5 \cdot U_e$  à  $0,88 \cdot U_e$  pour les spots contre  $0,3 \cdot U_e$  pour les ondes TS (Schubauer et Klebanoff (1956)). Il se forme ainsi derrière un spot turbulent une zone dite calme, aux propriétés quasi-laminaires (voir figure 1.6). En fait, cette zone calme est plus stable que la couche limite laminaire, car le taux de cisaillement reste élevé suite à l'état turbulent (Halstead *et al.* (1997)). Une couche limite contenant une « zone calme » transitionne ainsi plus en aval.

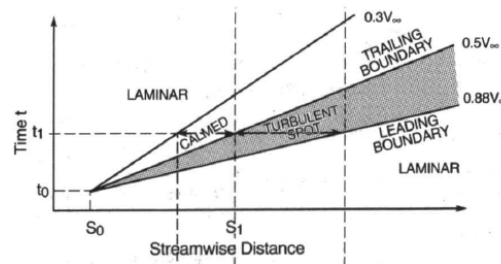


FIGURE 1.6 – Schéma expliquant la présence d'une zone calme derrière un spot turbulent. D'après Halstead *et al.* (1997).

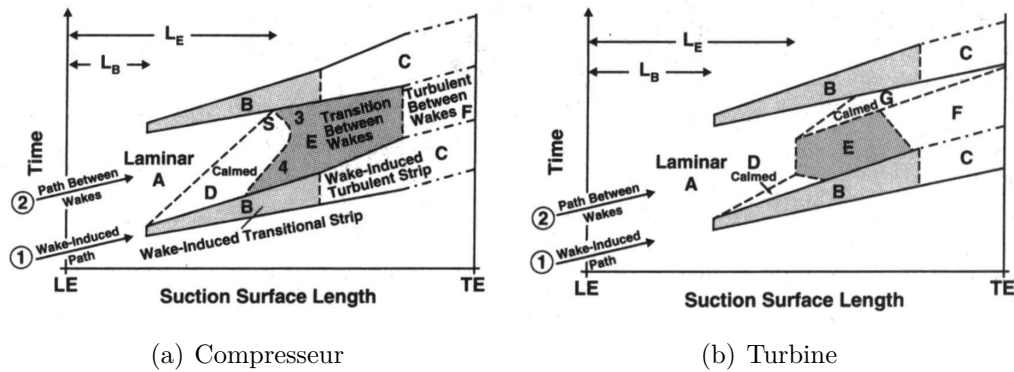


FIGURE 1.7 – Schémas de développement de couche limite sur une aube de compresseur (a) et de turbine (b) en présence d'un sillage périodique. D'après Halstead *et al.* (1997).

La figure 1.7 décrit chronologiquement la transition sur une aube de compresseur ou de turbine (Halstead *et al.* (1997)). Suite à l'impact du sillage, une bande transitionnelle (B) se développe de l'état laminaire (A) depuis l'abscisse  $L_B$ . Cette zone devient ensuite pleinement turbulente jusqu'au bord de fuite (C). Une fois le sillage passé, les spots turbulents sont advectés et laissent place à une zone calme (D). Des modes de Klebanoff se développent dans cette zone et donnent lieu à l'apparition d'une nouvelle bande transitionnelle (E) à partir d'une abscisse  $L_E$  plus aval que  $L_B$ . En fonction des conditions (notamment des conditions de chargement et du déphasage rotor-stator) la zone calme peut persister jusqu'à l'arrivée du sillage suivant (figure 1.7-a) ou laisser place à la couche limite laminaire (figure 1.7-b). Dans ce dernier cas, la transition est de type bypass classique avec une zone laminaire (A), puis transitionnelle (B), puis turbulente (F). Halstead *et al.* montrent aussi que, sous certaines conditions, le profil peut être entièrement laminaire (zones (A) puis (G) de la figure 1.7-b). En effet, dans la zone « calme » (G) le taux de cisaillement élevé laissé par les spots turbulents suffit à inhiber le développement des instabilités. La persistance de la zone laminaire est possible car le taux de turbulence extérieur à la couche limite à cette abscisse et à cet instant est particulièrement faible (effet combiné de l'absence de sillage et de la forte détente).

## 1.2 Présentation des équations utilisées en modélisation RANS

Les travaux de recherche de cette thèse s'appliquent à la modélisation RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes). Cette technique consiste à utiliser les équations de Navier-Stokes en moyenne de Favre couplées à un modèle de turbulence. Dans notre cas, nous utiliserons des modèles de turbulence à deux équations de transport. Cette partie décrit les équations de Navier-Stokes puis les équations RANS et enfin les modèles de turbulence concernés par nos travaux.

### 1.2.1 Équations de Navier-Stokes

Les équations de Navier-Stokes dérivent de la deuxième loi de Newton appliquée à un domaine de fluide ainsi que de l'approximation consistant à écrire que les contraintes internes à ce fluide sont la somme d'un terme de diffusion visqueuse et d'un terme de pression. Le système à résoudre est composé de cinq équations :

- l'équation de conservation de la masse,
- les équations de conservation de quantité de mouvement,
- l'équation de conservation de l'énergie.

Les équations de Navier-Stokes peuvent être écrites sous forme vectorielle conservative :

$$\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial z} = 0 \quad (1.1)$$

où  $\mathbf{w}$  est le vecteur d'état et  $\mathbf{f}$ ,  $\mathbf{g}$ , et  $\mathbf{h}$  sont les flux physiques dans les directions  $x$ ,  $y$ , et  $z$  respectivement. On exprime ces flux comme la différence entre les flux Euler et visqueux :

$$\begin{aligned} \mathbf{f} &= \mathbf{f}^E - \mathbf{f}^V \\ \mathbf{g} &= \mathbf{g}^E - \mathbf{g}^V \\ \mathbf{h} &= \mathbf{h}^E - \mathbf{h}^V \end{aligned}$$

On donne :

$$\mathbf{w} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho E \end{pmatrix}, \mathbf{f}^E = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + P \\ \rho uv \\ \rho uw \\ \rho Hu \end{pmatrix}, \mathbf{g}^E = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho vu \\ \rho v^2 + P \\ \rho vw \\ \rho Hv \end{pmatrix}, \mathbf{h}^E = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho wu \\ \rho wv \\ \rho w^2 + P \\ \rho Hw \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{f}^V = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz} + \kappa \frac{\partial T}{\partial x} \end{pmatrix}, \mathbf{g}^V = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yz} \\ u\tau_{yx} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz} + \kappa \frac{\partial T}{\partial y} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{h}^V = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \\ \tau_{zz} \\ u\tau_{zx} + v\tau_{zy} + w\tau_{zz} + \kappa \frac{\partial T}{\partial z} \end{pmatrix},$$

où  $u$ ,  $v$ , et  $w$  sont les composantes de la vitesse dans les directions  $x$ ,  $y$  et  $z$ ,  $\rho$  la masse volumique du fluide,  $t$  le temps,  $P$  la pression,  $\bar{\tau}$  le tenseur des contraintes visqueuses,  $E$  l'énergie totale,  $H$  l'enthalpie totale,  $T$  la température et enfin  $\kappa$  la conductivité thermique du fluide. On définit l'énergie totale et l'enthalpie totale de la façon suivante :

$$E = e + \frac{1}{2}u_k u_k$$

et

$$H = E + \frac{P}{\rho}$$

où  $e$  est l'énergie interne. On ferme le système des équations de Navier-Stokes par la loi des gaz parfaits :

$$P = \rho r T$$

$$e = c_v T$$

ainsi que par l'expression suivante pour les tensions visqueuses :

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right). \quad (1.2)$$

Dans l'expression précédente, qui correspond à l'approximation de fluide Newtonien sous l'hypothèse de Stokes,  $\mu$  est la viscosité dynamique du fluide et  $\delta_{ij}$  le symbole de Kronecker.

### 1.2.2 Équations de Navier-Stokes moyennées

En appliquant l'opérateur de moyenne proposé par Reynolds (Reynolds (1894)) et popularisé par Favre (Favre (1965)) aux équations de Navier-Stokes, on obtient les équations dites RANS (Reynolds-Average Navier-Stokes) :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_j}{\partial x_j} = 0 \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial \rho U_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_j U_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (1.4)$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_j H}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ U_i \tau_{ij} (\mu + \sigma \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} - q_j \right] \quad (1.5)$$

où  $U_i$  est le vecteur vitesse moyenné,  $q_j$  le flux de chaleur,  $k$  l'énergie cinétique turbulente et  $\mu_t$  la viscosité turbulente. On donne :

$$E = e + k + \frac{U_i U_i}{2}$$

$$H = h + k + \frac{U_i U_i}{2}$$

$$\tau_{ij} = \mu \left( 2S_{ij} - \frac{2}{3} \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) + \tau'_{ij}$$

où  $h$  est l'enthalpie interne et  $S_{ij}$  le tenseur des taux de déformation défini par :

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$$

On a de plus, sous l'approximation de Boussinesq :

$$\tau'_{ij} = \mu_t \left( 2S_{ij} - \frac{2}{3} \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (1.6)$$

On approxime enfin  $q_j$  par l'intermédiaire de la loi de Fourier :

$$q_j = - \left( \frac{\mu}{Pr_l} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial h}{\partial x_j} \quad (1.7)$$

où  $Pr_l$  et  $Pr_t$  sont les nombres de Prandtl en laminaire et en turbulent respectivement. Ce système doit être complété par la modélisation des grandeurs turbulentes  $\mu_t$ ,  $k$  et  $Pr_t$ .

$Pr_t$  est simplement considéré comme constant et est fixé pour nos applications à  $Pr_t = 0,9$ . Pour obtenir  $k$  et  $\mu_t$ , le système décrit ici est couplé à un modèle de turbulence.



### 1.2.3 Formulation de quelques modèles de turbulence

En turbomachine il est classique d'utiliser un modèle de turbulence à deux équations de transport pour des grandeurs turbulentes. Deux modèles souvent utilisés sont les modèles  $k$ - $l$  et  $k$ - $\omega$ .

Le modèle de transition  $\gamma$ - $\overline{R_{\theta_t}}$  de Menter et Langtry a été construit avec un couplage au modèle de turbulence  $k$ - $\omega$  SST de Menter. Pour plus de souplesse de calcul, on souhaite coupler ce modèle de transition à d'autres modèles de turbulence. On se propose ainsi de présenter dans ce paragraphe les modèles de turbulence  $k$ - $l$  de Smith,  $k$ - $\omega$  de Wilcox et  $k$ - $\omega$  de Menter (BSL et SST).

#### Le modèle $k$ - $l$ de Smith

Ce modèle est constitué de deux équations de transport, une pour le double de l'énergie cinétique turbulente ( $q^2 = 2k$ ) et une pour l'échelle de longueur de la turbulence ( $l$ ) :

$$\frac{\partial \rho q^2}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_j q^2}{\partial x_j} = P_k - D_k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_q \mu_t) \frac{\partial q^2}{\partial x_j} \right] \quad (1.8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho l}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_j l}{\partial x_j} = & (2 - E_2) \frac{\rho q}{B_1} \left[ 1 - \left( \frac{l}{\varkappa L} \right)^2 \right] - \frac{\mu_t}{l} \sigma_q \left( \frac{\partial l}{\partial x_j} \right)^2 \left( \frac{l}{\varkappa L} \right)^2 \\ & + \rho l \frac{\partial U_j}{\partial x_j} + 2 \sigma_q \frac{\mu_t}{q^2} \frac{\partial l}{\partial x_j} \frac{\partial q^2}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_q \mu_t) \frac{\partial l}{\partial x_j} \right] \end{aligned} \quad (1.9)$$

avec :

$$P_k = \mu_t S_{ij} S_{ij} \quad (1.10)$$

$$D_k = \frac{2 \rho q^3}{B_1 l} + 2 \mu \frac{\partial q}{\partial x_j} \frac{\partial q}{\partial x_j} \quad (1.11)$$

$$\mu_t = \mu \Psi \chi \Phi \quad (1.12)$$

où  $L$  est la distance à la paroi. On explicite les fonctions  $\chi, \Phi$  et  $\Psi$  :

$$\begin{aligned} \chi = \frac{\rho q l}{\mu B_1^{\frac{1}{3}}} \quad , \quad \Phi = \left( \frac{C_1^4 f_1 + C_2^2 \chi^2 + \chi^4}{C_1^4 + C_2^2 \chi^2 + \chi^4} \right)^{\frac{1}{4}} \quad , \quad \Psi = \frac{1}{(\alpha + r)^{\frac{1}{2}}} \\ f_1 = \exp \left[ -50 \left( \frac{l}{\varkappa L} \right)^2 \right] \quad , \quad r = \frac{3}{2} \frac{(\mu \chi \Phi)^2 S_{ij} S_{ij}}{\rho^2 q^4} \quad , \quad \alpha^2 = 1 - \frac{3}{2 B_1^{\frac{4}{3}}} \end{aligned} \quad (1.13)$$

Les constantes du modèle de Smith sont :

$$\begin{aligned} \sigma_q = 0,7 \quad , \quad B_1 = 18,0 \quad , \quad E_2 = 1,2 \quad , \quad \varkappa = 0,41 \\ C_1 = 25,5 \quad , \quad C_2 = 2,0 \end{aligned} \quad (1.14)$$

**Extension aux parois rugueuses :** L'extension du modèle  $k$ - $l$  de Smith aux parois rugueuses est proposée par Aupoix (2007). L'idée générale est de décaler les profils de vitesse d'une valeur  $\Delta u^+$  basée sur la hauteur de grain de sable équivalent

adimensionnée  $k_s^+$  de la surface (voir section 1.5.2 pour la définition de  $k_s^+$ ). En fait, on vient modifier la valeur de la distance à la paroi utilisée dans le modèle :

$$L = L_{geom} + \Delta L_{rug} \quad (1.15)$$

avec :

$$\Delta L_{rug} = \max(0; 0,92 \cdot \log(k_s^+) - 1,09 - 0,0309 \cdot k_s^+) \cdot \exp\left(-\frac{k_s^+}{70}\right) \quad (1.16)$$

$$+ \max(0; 2,93 \cdot \log(k_s^+ - 7,33) \cdot \exp\left(-\frac{k_s^+}{880}\right) \quad (1.17)$$

$$+ 0,0309 \cdot k_s^+ \quad (1.18)$$

### Le modèle $k$ - $\omega$ de Wilcox

Afin d'améliorer la qualité de la modélisation de la couche limite lors de calculs RANS, Wilcox (1988) propose un nouveau choix de variables pour le modèle de turbulence : l'énergie cinétique turbulente ( $k$ ) et le taux de dissipation spécifique ( $\omega$ ). Ainsi, les deux équations du modèle sont les suivantes :

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_j k}{\partial x_j} = P_k - D_k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (1.19)$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_j \omega}{\partial x_j} = \eta \frac{\omega}{k} P_k - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (1.20)$$

avec :

$$P_k = \mu_t S_{ij} S_{ij} \quad (1.21)$$

$$D_k = \beta^* \rho \omega k \quad (1.22)$$

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \quad (1.23)$$

Les constantes du modèle de Wilcox sont :

$$\begin{aligned} \sigma_k &= 0,5 & , & \quad \sigma_\omega = 0,5 & , & \quad \beta = 0,075 \\ \beta^* &= 0,09 & , & \quad \eta = \frac{5}{9} \end{aligned} \quad (1.24)$$

**Extension aux parois rugueuses :** La prise en compte de la rugosité de surface dans le modèle  $k$ - $\omega$  se fait uniquement au travers des conditions aux limites sur  $\omega$ . Sur les parois rugueuses, on impose ainsi  $\omega$  en fonction de la hauteur de grain de sable équivalent adimensionnée  $k_s^+$  :

$$\omega_w = \frac{u_\tau^2}{\nu} S_R \quad (1.25)$$

$$S_R = \begin{cases} \left(\frac{50}{k_s^+}\right)^2 & 5 \leq k_s^+ < 25 \\ \frac{100}{k_s^+} & k_s^+ \geq 25 \end{cases} \quad (1.26)$$

## Le modèle $k$ - $\omega$ de Menter

Afin de conserver la qualité du modèle de Wilcox en proche paroi tout en profitant de l'indépendance à l'écoulement externe du modèle  $k$ - $\varepsilon$  dans la partie supérieure de la couche limite, Menter (1994) propose un nouveau modèle  $k$ - $\omega$ . Il fait ainsi apparaître un terme de diffusion additionnel dans l'équation de transport de  $\omega$  intégrant une fonction de raccord entre les deux modèles.

**Modèle de base (BSL) :** Les équations du modèle de Menter sont les suivantes :

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_j k}{\partial x_j} = P_k - D_k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (1.27)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_j \omega}{\partial x_j} = & \eta \frac{\omega}{k} P_k - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \\ & + 2(1 - F_1) \frac{\rho \sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (1.28)$$

avec :

$$P_k = \mu_t S_{ij} S_{ij} \quad (1.29)$$

$$D_k = \beta^* \rho \omega k \quad (1.30)$$

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \quad (1.31)$$

L'expression de la fonction de raccord  $F_1$  est la suivante :

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4) \quad (1.32)$$

$$\arg_1 = \min \left[ \max \left( \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}; \frac{500\nu}{\omega y^2} \right); \frac{4\sigma_2 k}{CD_{k\omega} y^2} \right] \quad (1.33)$$

$$CD_{k\omega} = \max \left( 2\sigma_2 \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_k} \frac{\partial \omega}{\partial x_k}; 10^{-20} \right) \quad (1.34)$$

Les constantes du modèle sont calculées de la façon suivante :

$$\phi = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2 \quad (1.35)$$

où l'indice 1 est relatif aux valeurs des constantes du modèle de Wilcox et l'indice 2 à celles du modèle  $k$ - $\varepsilon$  recommandées par Menter :

$$\begin{aligned} \sigma_{k1} &= 0,5 & , & \quad \sigma_{\omega 1} = 0,5 & , & \quad \beta_1 = 0,075 \\ \sigma_{k2} &= 1,0 & , & \quad \sigma_{\omega 2} = 0,856 & , & \quad \beta_2 = 0,0828 \\ \beta^* &= 0,09 & , & \quad \kappa = 0,41 & , & \quad \eta_i = \frac{\beta_i}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega i} \kappa^2}{\sqrt{\beta^*}} \end{aligned} \quad (1.36)$$

On peut aussi utiliser les constantes du modèle  $k$ - $\varepsilon$  de Launder-Sharma :

$$\sigma_{k2} = 0,5 \quad , \quad \sigma_{\omega 2} = 0,856 \quad , \quad \beta_2 = 0,0828 \quad (1.37)$$

**Modèle à transport de taux de cisaillement (SST) :** Afin d'éviter de surestimer le cisaillement turbulent lorsqu'on a de forts écarts entre la production et la dissipation de turbulence, Menter propose de limiter  $\mu_t$ . La viscosité turbulente est ainsi redéfinie par l'expression suivante :

$$\mu_t = \min \left( \frac{\rho k}{\omega}; \frac{0,31\rho k}{SF_2} \right) \quad (1.38)$$

$$F_2 = \tanh \left( \arg_2^2 \right) \quad (1.39)$$

$$\arg_2 = \max \left( \frac{2\sqrt{k}}{\beta^*\omega y}; \frac{500\nu}{\omega y^2} \right) \quad (1.40)$$

Les autres expressions du modèle restent inchangées. Menter recommande cependant l'utilisation des constantes suivantes :

$$\sigma_{k1} = 0,85 \quad , \quad \sigma_{\omega 1} = 0,5 \quad , \quad \beta_1 = 0,075 \quad (1.41)$$

### 1.2.4 Quelques remarques sur les codes Navier-Stokes

Les codes RANS ont pour rôle d'intégrer les équations de Navier-Stokes, qui sont finalement des équations de transport de différentes variables par le champ de vitesse. Ces codes sont en général optimisés pour cette résolution et sont donc particulièrement performants pour l'intégration d'équations de transport. Ainsi, lors de l'ajout d'un nouveau modèle de turbulence ou de transition au système RANS, il est très intéressant de l'écrire sous la forme de nouvelles équations de transport.

Lors de la résolution sur des maillages de taille importante, les calculs sont effectués sur des architectures CPU parallèles voire massivement parallèles. Dans ce cas, les cellules de maillage sont réparties sur les différents nœuds de calcul. Ainsi, l'échange d'information entre deux cellules traitées sur deux nœuds différents peut devenir long. De ce fait, utiliser en chaque point de calcul des grandeurs globales à l'écoulement (tel que les grandeurs intégrales de la couche limite) ou définies en quelques points particuliers (tel que le taux de turbulence ou le gradient de pression à la frontière de la couche limite) est très coûteux en temps. En fait, les temps d'accès mémoire deviennent de l'ordre des temps de calcul. *Ainsi, dans le cadre d'applications industrielles il est intéressant d'utiliser un modèle de transition reposant uniquement sur des données locales à chaque cellule de calcul.*

Dans ce qui suit, nous présentons des méthodes d'estimation de la transition, dont le modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  de Menter et Langtry, modèle basé sur des grandeurs locales aux cellules uniquement.

## 1.3 Explicitation de modèles de transition laminaire-turbulent couramment utilisés

Afin d'obtenir une simulation numérique détaillée d'un écoulement autour d'un corps, il est nécessaire de prendre en compte les phénomènes de transition laminaire-turbulent. Pour prévoir la transition dans un code RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes), il est nécessaire d'utiliser un modèle de transition. Il en existe un grand nombre et on se propose de ne présenter que quelques-uns de ces modèles.

### 1.3.1 Modèles basés sur des corrélations empiriques

Nous commençons ainsi par présenter quelques modèles basés sur des corrélations empiriques. Ce type de méthodes est fondé sur l'idée suivante : le calcul est démarré en laminaire, puis, en fonction de la couche limite laminaire et d'un critère analytique, on impose le début de la transition.

Granville (1953) propose ainsi un critère basé sur l'effet d'histoire de la couche limite ainsi que ses propriétés de stabilité. L'effet d'histoire de l'écoulement est pris en compte par un paramètre de Pohlhausen moyenné :

$$\overline{\Lambda_{2T}} = \frac{1}{x_t - x_c} \int_{x_c}^{x_t} \frac{\theta}{\nu} \cdot \frac{dU_e}{dx} \cdot dx \quad (1.42)$$

La stabilité est caractérisée par la différence de nombres de Reynolds basés sur l'épaisseur de quantité de mouvement au point de transition ( $x_t$ ) et au point de stabilité neutre ( $x_c$ ) :  $R_{\theta_T} - R_{\theta_c}$ . Le critère de Granville est donné sur la figure 1.8.

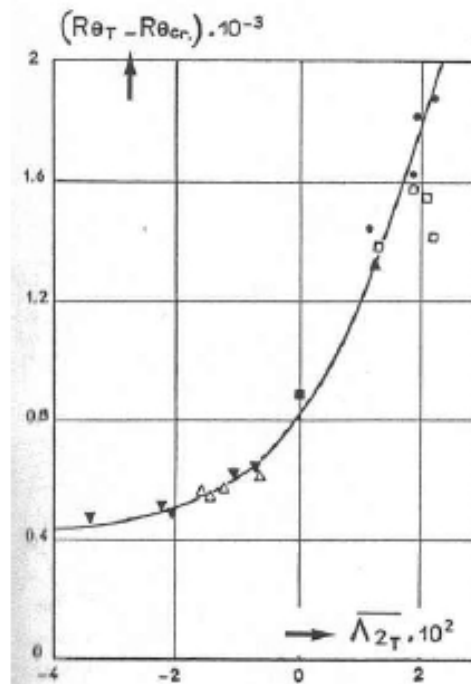


FIGURE 1.8 – Critère de transition de Granville (1953).

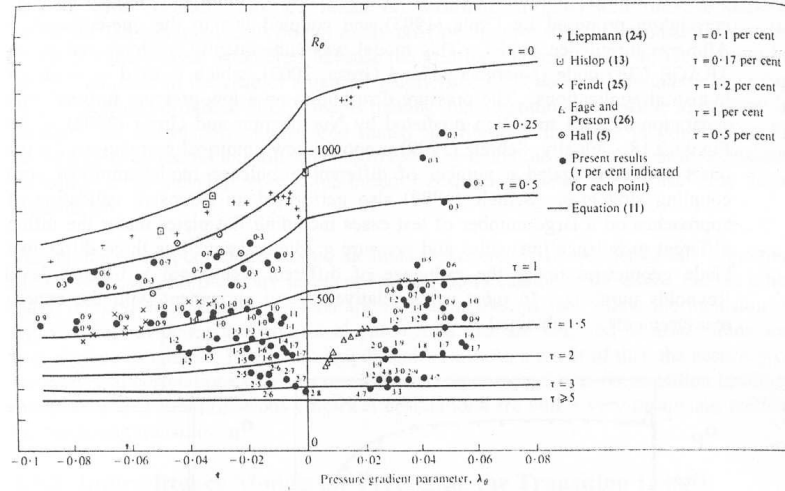


FIGURE 1.9 – Critère de transition d'Abu-Ghannam et Shaw (1980).

Abu-Ghannam et Shaw (1980) ont développé une méthode analytique particulièrement adaptée à la prévision de l'abscisse de transition en écoulement sur turbine, car valable pour des taux de turbulence extérieure élevés. Ce critère donne le nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement à l'abscisse de transition en fonction du paramètre de Pohlhausen local pour un taux de turbulence donné. La corrélation d'Abu-Ghannam et Shaw est donnée sur la figure 1.9 et son expression est la suivante :

$$\begin{cases} R_{\theta_t} = 163 + \exp \left( F(\lambda_\theta) - \frac{Tu}{6.91} F(\lambda_\theta) \right) \\ F(\lambda_\theta) = 6.91 + 12.75\lambda_\theta + 63.64\lambda_\theta^2 \text{ si } \lambda_\theta \leq 0 \\ F(\lambda_\theta) = 6.91 + 2.48\lambda_\theta - 12.27\lambda_\theta^2 \text{ si } \lambda_\theta > 0 \end{cases} \quad (1.43)$$

où :

$$\lambda_\theta = \frac{\rho \theta^2}{\mu} \frac{dU}{ds} \quad (1.44)$$

Mayle (1991) argumente qu'à fort taux de turbulence ( $Tu > 3\%$ ), l'effet du gradient de pression est négligeable devant celui du taux de turbulence. Ceci est d'ailleurs visible sur la figure 1.9. Mayle propose ainsi une corrélation dédiée aux écoulements de turbine basée sur  $Tu$  uniquement :

$$R_{\theta_t} = 400 (Tu)^{-\frac{5}{8}} \quad (1.45)$$

### 1.3.2 Méthode $e^N$

La méthode  $e^N$  est basée sur la théorie de la stabilité linéaire, qui consiste à utiliser un écoulement de base sur lequel on superpose des perturbations infinitésimales sous forme d'ondes ( $q' = q'_0 \exp[i(\alpha x - \omega t)]$ ). On suppose que les grandeurs régissant l'écoulement sont la somme de grandeurs moyennes et de petites perturbations (par ex.  $u = \bar{u} + u'$ ). En soustrayant aux équations de Navier-Stokes d'un tel écoulement les équations du champ moyen puis en linéarisant, on obtient l'équation d'*Orr-Sommerfeld*.

La méthode  $e^N$  (Smith et Gamberoni (1956) et Ingen (1956)) consiste à résoudre numériquement l'équation d'*Orr-Sommerfeld*. On a alors pour chaque onde de fréquence  $f$  son taux d'amplification  $N_f(x)$  en fonction de l'abscisse  $x$  :

$$N_f(x) = \ln \left( \frac{A_f(x)}{A_f(x_0)} \right),$$

où  $A_f(x)$  est l'amplitude de l'onde en  $x$  et  $x_0$  l'abscisse de début de croissance exponentielle (c'est-à-dire l'abscisse à partir de laquelle l'onde devient amplifiée). On peut alors définir le taux d'amplification totale  $N$  :

$$N(x) = \max_f (N_f(x)).$$

La transition est ainsi supposé se déclencher quand  $N$  atteint une certaine valeur  $N_t$ . Cette valeur n'est pas universelle, car la transition est notamment influencée par les perturbations extérieures à la couche limite. On utilise ainsi des lois empiriques issues d'essais en soufflerie et en vol. La corrélation la plus utilisée est celle donnée par Mack (1956) :

$$N_T = -8,43 - 2,4 \cdot \ln(Tu) \quad (1.46)$$

Cette corrélation est donnée pour des niveaux de turbulence extérieure compris entre  $0,1\% < Tu < 1\%$  mais est en pratique aussi utilisée pour des taux légèrement supérieurs.

Nous allons maintenant aborder une méthode de prévision de la transition relativement différente des méthodes décrites jusqu'à maintenant. Il s'agit de la méthode dite  $\gamma$ - $\overline{R_{\theta_t}}$ . Avant de décrire ce modèle, nous avons besoin d'introduire deux notions : la notion d'intermittence ainsi que le nombre de Reynolds de vorticité.

### 1.3.3 Notion d'intermittence et modélisation

Emmons (1951) caractérise la transition le lieu d'apparition de spots turbulents. Ces spots sont advectés et grandissent, avant de couvrir totalement la surface. Ainsi, un point donné de la zone de transition voit tantôt un état turbulent, tantôt un état laminaire. On introduit ainsi l'intermittence  $\gamma$  comme la fraction de temps pendant lequel un point donné voit un écoulement turbulent, ou encore la probabilité que l'écoulement soit turbulent en un point et un instant donnés. L'intermittence prend donc des valeurs comprises entre 0 et 1, 0 correspondant à un état laminaire, 1 à un état de turbulence pleinement développée.

En principe, si l'on est capable de prédire l'évolution de l'intermittence, on peut modéliser la transition laminaire-turbulent. Ainsi, Dhawan et Narashima (1958) proposent une fonction algébrique pour l'intermittence. Un grand nombre de fonctions similaires sont maintenant disponibles, basées pour la plupart sur des données expérimentales. L'utilisation de ces fonctions suppose la prévision au préalable de l'abscisse critique.

Une autre méthode de modélisation consiste à écrire une équation de transport pour l'intermittence contenant des termes sources chargés de représenter l'évolution de  $\gamma$  à la manière d'une fonction algébrique. Par exemple, le terme source du modèle de Steelant et Dick (1996) a été construit pour reproduire la fonction de Dhawan et Narashima (1958). Cependant, cette méthode fait appel aux grandeurs intégrales de couche limite pour le calcul du nombre de Reynolds critique ainsi qu'à la vitesse à l'extérieur de la couche limite dans l'expression du terme source. L'utilisation de ces grandeurs non locales aux cellules augmente significativement les coûts de calcul sur des maillages importants.

Quel que soit le modèle d'intermittence choisi, il faut lier la valeur de  $\gamma$  à la modélisation de la turbulence. En code Navier-Stokes, la façon de procéder la plus classique est de pondérer la viscosité turbulente ou le terme de production d'énergie cinétique turbulente par l'intermittence :

$$\mu_{eff} = \mu + \gamma\mu_t \quad (1.47)$$

$$\text{ou : } \tilde{P}_k = \gamma P_k \quad (1.48)$$

De ce fait, une intermittence nulle inhibe le modèle de turbulence et une intermittence de 1 permet la génération de turbulence dans l'écoulement.

Nous avons vu que l'intermittence était fixée à 0 dans une couche limite laminaire, entre 0 et 1 en régime transitionnel et à 1 dans la couche limite turbulente. Il reste à statuer quant à la valeur de l'intermittence à l'extérieur de la couche limite. En effet, la variation de vitesse étant faible en dehors de la couche limite, l'intermittence, selon la définition d'Emmons, vaut 0. Cependant, si l'on utilise les couplages (1.47) ou (1.48) définis ci-dessus, une telle définition inhibe le modèle de turbulence à l'extérieur de la couche limite. Ainsi, afin que le modèle de transition n'intervienne pas sur l'écoulement externe, il est recommandé de fixer l'intermittence à 1 à l'extérieur de la couche limite (Pecknic *et al.* (2003)). On insiste ici sur le fait qu'une telle définition de  $\gamma$  s'éloigne de la définition de l'intermittence physique d'Emmons : c'est une intermittence numérique. Notons de plus que, dans certains cas, la valeur de  $\gamma$  peut être autorisée à dépasser 1 afin de compenser un manque de production d'énergie cinétique turbulente de la part du modèle de turbulence.

### 1.3.4 Nombre de Reynolds de vortacité

L'intermittence, définie dans le paragraphe précédent, est un très bon outil pour piloter les termes liés à la turbulence dans un code RANS, une fois la transition détectée. Encore faut-il pour cela connaître l'abscisse de transition. Afin de déterminer cette abscisse, on peut calculer le nombre de Reynolds local  $R_\theta$  et le comparer au nombre de Reynolds de transition  $R_{\theta_t}$ , obtenu à l'aide d'une relation empirique



(celle d'Abu-Ghannam et Shaw par exemple) :

$$\begin{aligned} R_\theta & \stackrel{?}{>} R_{\theta_t}(\lambda_\theta, Tu) \\ \text{où } R_\theta & = \frac{\rho U \theta}{\mu} \end{aligned} \quad (1.49)$$

Cependant,  $R_\theta$  est fonction de l'épaisseur de quantité de mouvement, donnée non-locale aux cellules de calcul. L'utilisation d'une telle grandeur de couche limite est pénalisante en calcul Navier-Stokes parallélisé. Afin de s'affranchir de cette limitation, Menter *et al.* (2002) proposent d'utiliser le nombre de Reynolds de vorticité introduit par van Driest et Blumer (1963), fonction de paramètres locaux uniquement, comme critère de transition :

$$R_\nu = \frac{\rho y^2 \Omega}{\mu} \quad (1.50)$$

où  $y$  est la distance à la paroi. En effet, Menter remarque que le nombre de Reynolds de quantité de mouvement peut être approximé comme une fonction du nombre de Reynolds de vorticité :

$$R_\theta = \frac{\max(R_\nu)}{f(\lambda_\theta)} \quad (1.51)$$

En pratique,  $f(\lambda_\theta)$  est assez peu fonction de  $\lambda_\theta$ , sauf proche du décollement et peut être fixée à 2,193, sa valeur pour un écoulement de plaque plane. Notre critère de transition (1.49) peut ainsi se réécrire :

$$\frac{\max(R_\nu)}{2,193} \stackrel{?}{>} R_{\theta_t}(\lambda_\theta, Tu) \quad (1.52)$$

Pour que ce critère ne soit fonction que de données locales aux cellules, il faut que le nombre  $R_{\theta_t}$ , calculé à la frontière de la couche limite, soit connu en tout point. La solution retenue par Menter *et al.* (2006) est d'écrire une équation de transport pour la valeur du nombre de Reynolds de transition. Le modèle complet de Menter et Langry, aussi appelé  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ , est décrit à la prochaine section.

On a ainsi introduit les outils nécessaires à l'établissement d'un modèle de transition basé sur des critères locaux aux cellules de calcul uniquement :

1. Calcul du nombre de Reynolds de transition par l'intermédiaire d'une corrélation empirique ;
2. Advection-diffusion de cette valeur dans tout le domaine de calcul ;
3. Critère de transition basé sur le nombre de Reynolds de vorticité ;
4. Utilisation de l'intermittence sous forme d'équation de transport pour piloter la génération d'énergie cinétique turbulente.

## 1.4 Le modèle $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ de Menter et Langtry

Menter et Langtry (Langtry et Menter (2009); Langtry *et al.* (2006); Menter *et al.* (2006))<sup>1</sup> ont développé une méthode n'utilisant que des paramètres locaux aux cellules de calcul. Pour cela, ils ajoutent aux équations RANS deux nouvelles équations de transport. La première est une équation de transport pour la fonction d'intermittence  $\gamma$ , responsable du passage de l'état laminaire à l'état turbulent. L'intermittence vaut 0 dans la couche limite laminaire et 1 en écoulement turbulent établi. La deuxième équation de transport s'applique à la quantité  $\overline{R_{\theta_t}}$ , le nombre de Reynolds de transition basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement. À l'extérieur de la couche limite, on force ce nombre de Reynolds à prendre la valeur déterminée par une corrélation empirique qui prend en compte le taux de turbulence et le gradient de pression local. L'équation de transport permet ensuite l'advection-diffusion de cette information au sein de la couche limite. On dispose ainsi en chaque cellule de calcul du nombre de Reynolds de transition, que l'on vient opposer au nombre de Reynolds local. Quand le nombre de Reynolds local dépasse le nombre de Reynolds de transition, les mécanismes numériques induisant la transition se déclenchent, à savoir l'activation d'un terme de production d'intermittence. L'intermittence ainsi produite se répand dans la couche limite par l'intermédiaire de la première équation de transport et vient activer en aval du point de transition les termes de production d'énergie turbulente du modèle de turbulence utilisé. En effet, les termes de production et de dissipation d'énergie cinétique turbulente sont pondérés par  $\gamma$ .

### 1.4.1 Équation de transport pour l'intermittence

La première équation de transport proposée par Langtry *et al.* (2006) concerne l'intermittence,  $\gamma$ . Son expression est la suivante :

$$\underbrace{\frac{\partial(\rho\gamma)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j \gamma)}{\partial x_j}}_{(1)} = \underbrace{P_\gamma}_{(2)} - \underbrace{E_\gamma}_{(3)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left( \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_f} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right)}_{(4)}, \quad (1.53)$$

avec :  $U_j$  la vitesse moyenne dans la direction  $j$ ,  $\rho$  la masse volumique de l'air,  $\mu$  la viscosité dynamique et  $\mu_t$  la viscosité dynamique turbulente.

Le terme (1) de l'équation (1.53) représente l'advection de l'intermittence par l'écoulement moyen. Le terme (4) représente la diffusion de l'intermittence par la viscosité. Ce sont ces deux termes qui permettent à l'intermittence de se répandre dans l'écoulement.

Le terme (2) est le terme de production d'intermittence. Il est défini de la façon suivante :

$$P_\gamma = F_{\text{length}} c_{a1} \rho S (\gamma F_{\text{onset}})^{0,5} (1 - c_{e1} \gamma), \quad (1.54)$$

---

1. Les lecteurs intéressés par la construction du modèle se référeront à l'article Menter *et al.* (2006). De plus, un certain nombre de résultats sont disponibles dans Langtry *et al.* (2006). Cependant, les lecteurs cherchant la formulation finale du modèle, feront attention à bien se référer à Langtry et Menter (2009).

où  $S$  est la norme du tenseur des taux de déformation. La fonction  $F_{\text{onset}}$  assure que ce terme soit nul dans la couche limite laminaire et actif ailleurs. Cette fonction est basée sur le rapport entre le nombre de Reynolds de vorticité et le nombre de Reynolds critique décrit précédemment.

$$R_\nu = \frac{\rho y^2 S}{\mu} \quad (1.55)$$

$$F_{\text{onset1}} = \frac{R_\nu}{2,193 R_{\theta_c}} \quad (1.56)$$

$$F_{\text{onset2}} = \min \left( \max \left( F_{\text{onset1}}; F_{\text{onset1}}^4 \right); 2,0 \right) \quad (1.57)$$

$$R_T = \frac{\rho k}{\mu \omega} \quad (1.58)$$

$$F_{\text{onset3}} = \max \left( 1 - \left( \frac{R_T}{2,5} \right)^3, 0 \right) \quad (1.59)$$

$$F_{\text{onset}} = \max (F_{\text{onset2}} - F_{\text{onset3}}, 0) \quad (1.60)$$

où  $y$  est la distance à la paroi. C'est finalement  $F_{\text{onset1}}$  qui est le critère de transition du modèle : dès que sa valeur dépasse 1, le terme de production est activé. En fait, il faut un certain temps entre le moment à l'on commence à produire de l'intermittence dans la couche limite et le moment à cette dernière transitionne. C'est ici qu'intervient  $R_{\theta_c}$ , le nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement à l'abscisse à l'on déclenche la production de turbulence. Ce nombre de Reynolds est fonction du nombre de Reynolds de transition  $\overline{R_{\theta_t}}$  et est calculé par l'intermédiaire d'une fonction empirique :

$$R_{\theta_c} = f(\overline{R_{\theta_t}}).$$

Cette fonction est issue d'un processus d'optimisation portant sur plusieurs cas expérimentaux de référence.

La fonction  $F_{\text{length}}$  du terme (1.54) de production de  $\gamma$  permet d'intervenir sur la longueur de la zone de transition. Tout comme  $R_{\theta_c}$ ,  $F_{\text{length}}$  est issue d'une corrélation du type :

$$F_{\text{length}} = f(\overline{R_{\theta_t}}).$$

C'est au travers de ces deux fonctions qu'interviennent les mécanismes physiques de la transition. En effet, les deux équations de transport pour  $\gamma$  et  $\overline{R_{\theta_t}}$  ne sont que des artifices numériques permettant au modèle RANS d'être sensible à de nouveaux paramètres afin qu'il puisse modéliser la transition. Plusieurs auteurs se sont attachés à la détermination de ces fonctions et leurs expressions sont discutées plus loin.

Le terme  $(1 - c_{e1} \gamma)$  dans l'expression du terme (1.54) de production de  $\gamma$  est simplement un terme de rappel pour majorer  $\gamma$  par 1, la constante  $c_{e1}$  étant fixée à 1.

Enfin, le terme (3) de l'équation de transport de  $\gamma$  est un terme de destruction. Il permet de garder l'intermittence proche de zéro au sein de la couche limite laminaire et de la faire baisser lors d'une éventuelle relaminarisation de la couche limite turbulente. En voici l'expression :

$$E_\gamma = c_{a2} \rho \Omega \gamma F_{\text{turb}} (c_{e2} \gamma - 1), \quad (1.61)$$

avec  $\Omega$  la norme de la vorticité. La fonction  $F_{turb}$  inhibe la dissipation de  $\gamma$  à l'extérieur de la couche limite ainsi que dans la sous-couche visqueuse :

$$F_{turb} = e^{-(\frac{R_T}{4})^4}. \quad (1.62)$$

En pratique, on ne prend nulle part  $\gamma = 0$ , mais on définit plutôt un seuil bas, par exemple  $\gamma = 0,02$  (sinon les termes de production de turbulence mettent trop de temps à s'activer). Ceci est réalisé via le terme  $(c_{e2}\gamma - 1)$  : si  $c_{e2}\gamma < 1$  alors  $E_\gamma$  est négatif, c'est-à-dire qu'il est devenu un terme de production de  $\gamma$ . Un seuil inférieur de  $\gamma = 0,02$  correspond à  $c_{e2} = 50$ .

Les constantes pour l'équation de transport de l'intermittence sont :

$$c_{a1} = 2,0 ; \quad c_{a2} = 0,06 ; \quad c_{e1} = 1,0 ; \quad c_{e2} = 50 ; \quad \sigma_f = 1,0. \quad (1.63)$$

Lors d'un calcul, on utilisera les conditions aux limites suivantes pour l'intermittence :

- Amont : Condition de Dirichlet,  $\gamma = 1$  ;
- Aval : Condition de Neumann,  $\frac{\partial \gamma}{\partial n} = 0$  ;
- Parois : Condition de Neumann,  $\frac{\partial \gamma}{\partial n} = 0$  ;
- Infini : Condition de Dirichlet,  $\gamma = 1$ .

### 1.4.2  quation de transport pour $\overline{R_{\theta_t}}$

Afin d'estimer l'abscisse de transition, le calcul du nombre de Reynolds de transition est souvent basé sur le taux de turbulence et le gradient de pression à l'extérieur de la couche limite. On a donc besoin au niveau des cellules de calcul en proche paroi de ces deux paramètres externes à la couche limite. En calcul Navier-Stokes parallélisé, l'accès direct à ces informations de la part d'une cellule de calcul représente un temps non-négligeable par rapport au temps d'une itération. Menter *et al.* (2006) proposent ainsi de calculer le nombre de Reynolds de transition dans les cellules de calcul situées au niveau de la frontière de la couche limite et de propager sa valeur dans la couche limite par l'intermédiaire d'une équation de transport.

On écrit ainsi une équation de transport pour la grandeur  $\overline{R_{\theta_t}}$  :

$$\underbrace{\frac{\partial (\rho \overline{R_{\theta_t}})}{\partial t} + \frac{\partial (\rho U_j \overline{R_{\theta_t}})}{\partial x_j}}_{(1)} = \underbrace{P_{\theta_t}}_{(2)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \sigma_{\theta_t} (\mu + \mu_t) \frac{\partial \overline{R_{\theta_t}}}{\partial x_j} \right]}_{(3)}, \quad (1.64)$$

avec :

$$P_{\theta_t} = c_{\theta_t} \frac{\rho}{t_P} (R_{\theta_t} - \overline{R_{\theta_t}}) (1,0 - F_{\theta_t}) \quad (1.65)$$

où  $t_P$  est une échelle de temps, introduite à la suite d'une analyse dimensionnelle, et où  $c_{\theta_t}$  sert à pondérer l'amplitude du terme source :

$$\begin{aligned} t_P &= \frac{500 \mu}{\rho U^2} \\ c_{\theta_t} &= 0,03 \end{aligned}$$

Le terme (1) de l'équation (1.64) représente l'advection de  $\overline{R_{\theta_t}}$  par l'écoulement moyen. Le terme (4) représente la diffusion de  $\overline{R_{\theta_t}}$ . Grâce à ces deux termes, le nombre de Reynolds de transition est propagé au sein de la couche limite. Le terme de production (2) n'est actif qu'à l'extérieur de la couche limite (grâce à la fonction  $F_{\theta_t}$ ). Il permet de forcer  $\overline{R_{\theta_t}}$  à être égal à la valeur locale de  $R_{\theta_t}$  à l'extérieur de la couche limite. C'est par le biais de cette égalité que l'on fait intervenir le « vrai » nombre de Reynolds de transition. La fonction  $F_{\theta_t}$  est écrite de sorte que sa valeur soit 1 dans la couche limite et 0 à l'extérieur :

$$F_{\theta_t} = \min \left[ \max \left( F_{\text{wake}} \exp \left[ - \left( \frac{y}{\delta} \right)^4 \right], 1.0 - \left( \frac{\gamma - 1/c_{e2}}{1 - 1/c_{e2}} \right)^2 \right), 1.0 \right] \quad (1.66)$$

$$\theta_{BL} = \frac{\overline{R_{\theta_t}} \mu}{\rho U}; \quad \delta_{BL} = \frac{15}{2} \theta_{BL}; \quad \delta = \frac{50 \Omega y}{U} \delta_{BL}$$

La fonction  $F_{\text{wake}}$  est introduite afin que la fonction  $F_{\theta_t}$  reste inactive dans les zones de sillage :

$$\begin{aligned} R_{\omega} &= \frac{\rho \omega y^2}{\mu} \\ F_{\text{wake}} &= \exp \left[ - \left( \frac{R_{\omega}}{10^5} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (1.67)$$

La constante  $\sigma_{\theta_t}$  du terme (3) de l'équation (1.64) permet de régler l'influence relative de la diffusion de  $\overline{R_{\theta_t}}$  depuis l'extérieur de la couche limite face à l'effet d'histoire de la couche limite. Deux valeurs sont usuellement employées :  $\sigma_{\theta_t} = 10$  (Menter *et al.* (2006) et Content (2011)) et  $\sigma_{\theta_t} = 2$  (Langtry et Menter (2009)).

### 1.4.3 Modélisation de la transition par bulbe de décollement

Tel que présenté précédemment le modèle de Menter et Langtry induit une modélisation plutôt décevante des bulbes de décollement. En particulier, les bulbes sont prédits trop longs. Langtry (2006) associe cela à un niveau trop faible d'énergie cinétique turbulente au sein du bulbe, ce qui induit ainsi un recollement trop tardif. Il propose de ce fait une correction portant directement sur les niveaux d'intermittence :

$$\begin{aligned} \gamma_{\text{sep}} &= \min \left( s_1 \max \left[ 0, \left( \frac{R_{\nu}}{3,235 R_{\theta_c}} \right) - 1 \right] F_{\text{reattach}}, 2 \right) F_{\theta_t} \\ F_{\text{reattach}} &= e^{-\left( \frac{R_T}{20} \right)^4} \\ \gamma_{\text{eff}} &= \max(\gamma, \gamma_{\text{sep}}) \\ s_1 &= 2 \end{aligned} \quad (1.68)$$

La fonction  $F_{\text{reattach}}$  permet d'inhiber cette modification dès que la viscosité turbulente est assez importante pour entraîner le recollement. La fonction  $F_{\theta_t}$  est celle définie précédemment et permet d'inhiber la correction à l'extérieur de la couche

limite. La constante 3,235 est issue de la relation entre  $R_\nu$  et  $R_{\theta_c}$  pour un facteur de forme ( $H$ ) de 3,5 (facteur de forme proche de celui du point de décollement - cf. Langtry (2006)).

La correction pour la modélisation de la transition par décollement proposée par Langtry constitue une amélioration du modèle de base, mais reste tout de même insuffisante pour certains écoulements. Son amélioration est d'ailleurs, comme il le souligne lui-même en conclusion de sa thèse, une des clés pour déployer industriellement le modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ . Après une étude poussée de l'applicabilité du modèle de Menter et Langtry aux écoulements en turbomachine, Benyahia (2012) obtient lui aussi des résultats mitigés en ce qui concerne la modélisation du bulbe de décollement. Proposer une amélioration du modèle pour les cas de bulbes de décollement est un des objectifs de cette thèse.

#### 1.4.4 Fonctions de corrélation utilisées dans le modèle $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$

La clé du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  réside en les fonctions de corrélation utilisées. En effet, les équations de transport du modèle ne servent pas vraiment à modéliser directement le phénomène de transition, mais à donner accès aux équations RANS à des lois empiriques. Le modèle de Menter et Langtry nécessite ainsi trois fonctions de corrélation. Tout d'abord, pour fermer le modèle, une loi donnant le nombre de Reynolds de transition  $R_{\theta_t}$  doit être utilisée. Ensuite, il faut un couple de fonctions ( $F_{\text{length}}, R_{\theta_c}$ ) qui contient la physique d'écoulements transitionnels de référence.

#### Calcul du nombre de Reynolds de transition

Afin que la transition de la couche limite laminaire vers l'état turbulent se fasse au moment opportun, nous devons commencer par estimer un nombre de Reynolds de transition. Pour cela, une corrélation empirique est utilisée, souvent basée sur le taux de turbulence  $Tu$  et le paramètre de Pohlhausen (gradient de pression)  $\lambda_\theta$  à la frontière de la couche limite. La définition de ces deux paramètres est la suivante :

$$\lambda_\theta = \frac{\rho \theta^2}{\mu} \frac{dU}{ds}$$

$$Tu = 100 \frac{\sqrt{2k/3}}{U}$$

Le terme  $dU/ds$  est calculé de la manière suivante :

$$\begin{aligned} U &= \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \\ \frac{dU}{dx} &= \frac{1}{2} (u^2 + v^2 + w^2)^{-0.5} \left[ 2u \frac{du}{dx} + 2v \frac{dv}{dx} + 2w \frac{dw}{dx} \right] \\ \frac{dU}{dy} &= \frac{1}{2} (u^2 + v^2 + w^2)^{-0.5} \left[ 2u \frac{du}{dy} + 2v \frac{dv}{dy} + 2w \frac{dw}{dy} \right] \\ \frac{dU}{dz} &= \frac{1}{2} (u^2 + v^2 + w^2)^{-0.5} \left[ 2u \frac{du}{dz} + 2v \frac{dv}{dz} + 2w \frac{dw}{dz} \right] \\ \frac{dU}{ds} &= \left[ \left( \frac{u}{U} \right) \frac{dU}{dx} + \left( \frac{v}{U} \right) \frac{dU}{dy} + \left( \frac{w}{U} \right) \frac{dU}{dz} \right] \end{aligned} \quad (1.69)$$

Pour estimer  $R_{\theta_t}$ , on peut utiliser la corrélation d'Abu-Ghannam et Shaw (1980). Cependant, Langtry propose une corrélation proche de la corrélation d'Abu-Ghannam et Shaw, mais avec de légères améliorations pour les faibles taux de turbulence :

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{\theta_t} = \left( 1173,51 - 589,428 Tu + \frac{0,2196}{Tu^2} \right) F(\lambda_\theta) \quad \text{si } Tu \leq 1,3 \\ R_{\theta_t} = 331,5 (Tu - 0,5658)^{-0,671} F(\lambda_\theta) \quad \text{si } Tu > 1,3 \\ F(\lambda_\theta) = \\ \quad 1 - (-12,986\lambda_\theta - 123,66\lambda_\theta^2 - 405,689\lambda_\theta^3) \exp\left(-\left[\frac{Tu}{1,5}\right]^{1,5}\right) \quad \text{si } \lambda_\theta \leq 0 \\ F(\lambda_\theta) = 1 + 0,275 [1 - \exp(-35,0\lambda_\theta)] \exp\left(\frac{-Tu}{0,5}\right) \quad \text{si } \lambda_\theta > 0 \end{array} \right. \quad (1.70)$$

Cette corrélation est utilisée avec les limiteurs suivants pour des raisons de robustesse de calcul :

$$\begin{aligned} -0,1 &\leq \lambda_\theta \leq 0,1 \\ 0,05 \% &\leq Tu \leq 10 \% \\ 20 &\leq R_{\theta_t} \leq 2000 \end{aligned}$$

L'épaisseur de couche limite étant inconnue (tout au moins inconnue de la cellule de calcul), il faut résoudre le système

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{\theta_t}(\lambda_{\theta_t}, Tu) = \frac{\rho U \theta_t}{\mu} \\ \lambda_{\theta_t} = \frac{\rho \theta_t^2}{\mu} \cdot \frac{dU}{ds} \end{array} \right. \quad (1.71)$$

Pour cela, Langtry (2006) propose une méthode de tir et Content (2011) une méthode explicite. La méthode de Content étant plus rapide sur des cas complexes, elle sera utilisée dans nos travaux.

**Second limiteur sur  $Tu$  :** En calcul RANS, on est parfois obligé d'imposer des frontières de domaine très éloignées de la maquette. Ceci donne lieu à des valeurs de  $Tu$  trop faibles en frontière de couche limite. Content propose ainsi trois limiteurs basés sur les grandeurs de référence :

$$\begin{aligned} Tu &= \max\left(100 \frac{\sqrt{2k/3}}{U}, Tu_{\text{lim}}\right) \\ Tu_{\text{lim}} &= Tu_{\text{ref}}; \text{ conservation de } Tu \\ Tu_{\text{lim}} &= Tu_{\text{ref}} \frac{|U|_{\text{ref}}}{|U|}; \text{ conservation de } Tu \cdot k \\ Tu_{\text{lim}} &= Tu_{\text{ref}} \left(\frac{|U|_{\text{ref}}}{|U|}\right)^{\frac{3}{2}}; \text{ conservation de } \sqrt{k} \cdot U \end{aligned} \quad (1.72)$$

En fait, nous avons aussi la possibilité dans elsA de travailler à  $Tu$  constant pour la transition :

$$Tu = Tu_{\text{ref}} \quad (1.73)$$

Ces limiteurs ne s'appliquent qu'à la variable  $Tu$  qui est utilisée pour obtenir  $R_{\theta_t}$ . Ils ne modifient pas  $k$ .

**Prise en compte de la compressibilité :** Pour les calculs haute vitesse sur paroi athermane, Content propose de pondérer le nombre de Reynolds de transition calculé avec la relation de Langtry ( $R_{\theta_t, \text{incp}}$ ) par un facteur correctif issu de l'analyse de solutions de similitude compressible :

$$R_{\theta_t} = R_{\theta_t, \text{incp}} \cdot \max \left[ 1, \exp(0,15 + 0,03N) M^{(0,3+0,33N)} \right] \quad (1.74)$$

N étant calculé par la relation de Mack :

$$N = -8,43 - 2,4 \cdot \ln(Tu).$$

La relation de Mack n'étant valable que pour des taux de turbulence inférieurs à 1 %, la correction de Content n'est pas applicable en turbomachine. Cette correction ne sera pas utilisée pour nos travaux.

### Expressions de couples de fonctions ( $F_{\text{length}}, R_{\theta_c}$ )

Les fonctions  $F_{\text{length}}(\overline{R_{\theta_t}})$  et  $R_{\theta_c}(\overline{R_{\theta_t}})$  sont déterminées par un processus d'optimisation afin de calibrer le modèle sur des cas de référence. En effet,  $R_{\theta_t}$  étant spécifique à chaque cas, il est possible de déterminer le couple ( $F_{\text{length}}, R_{\theta_c}$ ) qui donne le meilleur résultat sur chaque cas de référence.

Un grand nombre de fonctions ( $F_{\text{length}}, R_{\theta_c}$ ) sont disponibles dans la littérature. On se limitera ainsi aux fonctions déterminées par Content (2011) et Langtry et Menter (2009). Pour construire ses fonctions, Content utilise les cas de Roach et Brierley (1992) T3A, T3A-, T3B (cas plaque plane avec gradient de pression quasi-nul), T3C1, T3C2, T3C3 et T3C5 (cas plaque plane avec gradient de pression type turbine sans décollement). Langtry et Menter utilisent les cas T3A, T3A- et T3B ainsi que le cas plaque plane à  $Tu = 0,18\%$  de Schubauer et Klebanoff (1956). Ces fonctions ont été déterminées avec des coefficients du modèle donnés. Ainsi, elles ne sont a priori valables que pour ces coefficients et notamment pour une valeur donnée de  $\sigma_{\theta_t}$ . On rappelle que  $\sigma_{\theta_t}$  représente la vitesse de diffusion du nombre de Reynolds de transition dans la couche limite ; sa valeur étant laissée à l'appréciation des équipes de développement. On donne maintenant l'expression de quelques couples ( $F_{\text{length}}, R_{\theta_c}$ ) :

**Content  $\sigma_{\theta_t} = 10$  :**

$$F_{\text{length}} = \max[1 \cdot 10^{-4}; \exp(-1,325 \cdot 10^{-8} \overline{R_{\theta_t}}^3 + 7,42 \cdot 10^{-6} \overline{R_{\theta_t}}^2 + 8,6 \cdot 10^{-3} \overline{R_{\theta_t}} + 2,5652)] \quad (1.75)$$

$$R_{\theta_c} = \min[1,0; 1,623 \cdot 10^{-6} \overline{R_{\theta_t}}^2 - 1,228 \cdot 10^{-3} \overline{R_{\theta_t}} + 0,849] \overline{R_{\theta_t}} \quad (1.76)$$

**Content  $\sigma_{\theta_t} = 2$  :**

$$F_{\text{length}} = \max[1 \cdot 10^{-4}; \exp(-1,423 \cdot 10^{-3} \overline{R_{\theta_t}} + 1,98)] \quad (1.77)$$

$$R_{\theta_c} = \min[1,0; 1,227 \cdot 10^{-7} \overline{R_{\theta_t}}^2 - 3,4 \cdot 10^{-4} \overline{R_{\theta_t}} + 0,8779] \overline{R_{\theta_t}} \quad (1.78)$$



**Content**  $\sigma_{\theta_t} = 2$  **II** :

$$F_{\text{length}} = \max[1 \cdot 10^{-4}; \exp(-3,19 \cdot 10^{-3} \overline{R_{\theta_t}} + 3,231)] \quad (1.79)$$

$$R_{\theta_c} = \min[1,0; -7,997 \cdot 10^{-7} \overline{R_{\theta_t}^2} - 1,026 \cdot 10^{-3} \overline{R_{\theta_t}} + 0,57] \overline{R_{\theta_t}} \quad (1.80)$$

**Content**  $\sigma_{\theta_t} = 2$  **III** :

$$F_{\text{length}} = \max[1 \cdot 10^{-4}; \exp(-3,19 \cdot 10^{-3} \overline{R_{\theta_t}} + 3,231)] \quad (1.81)$$

$$R_{\theta_c} = \min[1,0; -9,24 \cdot 10^{-5} \overline{R_{\theta_t}} + 0,8307] \overline{R_{\theta_t}} \quad (1.82)$$

**Content**  $\sigma_{\theta_t} = 2$  **IV** :

$$F_{\text{length}} = \max[1 \cdot 10^{-4}; \exp(-2,40088 \cdot 10^{-8} \overline{R_{\theta_t}^2} - 7,29910^{-4} \overline{R_{\theta_t}} + 8,66706)] \quad (1.83)$$

$$R_{\theta_c} = \min[1,0; 1,0527 \cdot 10^{-6} \overline{R_{\theta_t}^2} - 9,8697 \cdot 10^{-4} \overline{R_{\theta_t}} + 0,84183] \overline{R_{\theta_t}} \quad (1.84)$$

Note : Les corrélations II, III et IV n'ont pas été publiées.

**Langtry et Menter**  $\sigma_{\theta_t} = 2$  :

$$F_{\text{length}} = 398,189 \cdot 10^{-1} - 119,270 \cdot 10^{-4} \overline{R_{\theta_t}} - 132,567 \cdot 10^{-6} \overline{R_{\theta_t}^2} \quad (1.85)$$

si  $\overline{R_{\theta_t}} < 400,0$

$$F_{\text{length}} = 263,404 - 123,939 \cdot 10^{-2} \overline{R_{\theta_t}} + 194,548 \cdot 10^{-5} \overline{R_{\theta_t}^2} - 101,695 \cdot 10^{-8} \overline{R_{\theta_t}^3} \text{ si } \overline{R_{\theta_t}} < 596,0$$

$$F_{\text{length}} = 0,5 - (\overline{R_{\theta_t}} - 596) \cdot 3 \cdot 10^{-4} \text{ si } \overline{R_{\theta_t}} < 1200$$

$$F_{\text{length}} = 0,3188 \text{ si } \overline{R_{\theta_t}} \geq 1200$$

$$R_{\theta_c} = \overline{R_{\theta_t}} - 396,035 \cdot 10^{-2} + 120,656 \cdot 10^{-4} \overline{R_{\theta_t}} - 868,23 \cdot 10^{-6} \overline{R_{\theta_t}^2} + 696,506 \cdot 10^{-9} \overline{R_{\theta_t}^3} - 174,105 \cdot 10^{-12} \overline{R_{\theta_t}^4} \text{ si } \overline{R_{\theta_t}} < 1870 \quad (1.86)$$

$$R_{\theta_c} = \overline{R_{\theta_t}} - 593,11 - (\overline{R_{\theta_t}} - 1870) \cdot 0,482 \text{ si } \overline{R_{\theta_t}} \geq 1870$$

Les fonctions explicitées ci-dessus sont tracées sur la figure 1.10. Les fonctions  $F_{\text{length}}$  sont tracées en traits pleins, les fonctions  $R_{\theta_c}$  en traits pointillés. La disparité, aussi bien en amplitude qu'en forme, est particulièrement marquée. On notera que les fonctions  $F_{\text{length}}$  nécessitent une échelle logarithmique pour être tracées sur un même graphe. Les fonctions  $F_{\text{length}}$  des corrélations II et III étant identiques, les traits sont superposés.

Content (2011) et Benyahia (2012) recommandent l'utilisation de  $\sigma_{\theta_t} = 10$  plutôt que  $\sigma_{\theta_t} = 2$ . Ceci permet de renforcer la diffusion du nombre de Reynolds de transition depuis la frontière de la couche limite face à l'advection de la valeur du Reynolds de transition présente en amont dans la couche limite. En particulier, au point d'arrêt, la valeur de  $R_{\theta_t}$  calculé est non physique. Cette valeur est advectée vers l'aval et peut donner lieu à des transitions erronées si elle n'est pas rapidement corrigée par le terme de diffusion.

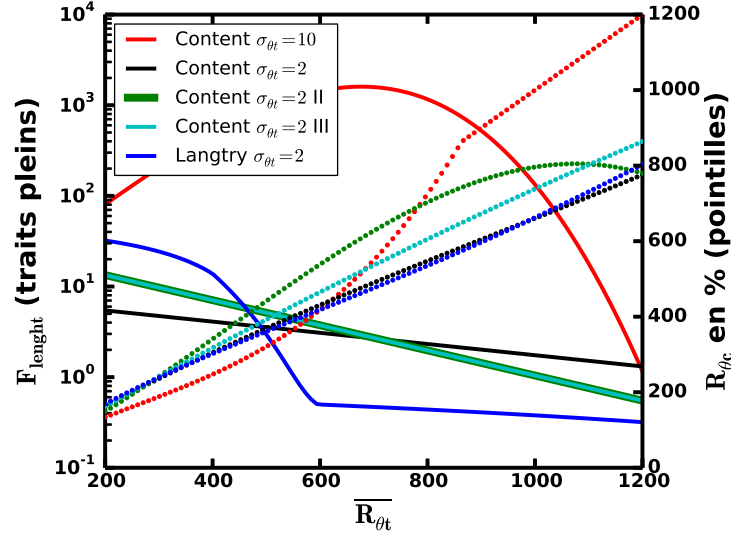


FIGURE 1.10 – Tracé de différentes fonctions  $F_{\text{length}}$  (traits pleins) et  $R_{\theta_c}$  (pointillés)

#### 1.4.5 Couplage du modèle $k\text{-}\omega$ SST de Menter au modèle $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$

Le principe du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  est de fournir un niveau d'intermittence  $\gamma$  compris entre 0 et 1 (ou exceptionnellement plus) correspondant à l'état de turbulence recherché dans l'écoulement : laminaire ( $\gamma = 0$ ), transitionnel ( $0 < \gamma < 1$ ) ou turbulent ( $\gamma = 1$ ). Afin que le niveau de turbulence dans l'écoulement modélisé s'adapte à l'état souhaité, les termes de production et de destruction d'énergie cinétique turbulente ( $k$ ) du modèle de turbulence sont pondérés par  $\gamma$ .

**Pondération des termes de production et destruction de turbulence :** Les termes ( $P_k$ ) et ( $D_k$ ) de l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente (1.27) sont remplacés par  $\tilde{P}_k$  et  $\tilde{D}_k$

$$\begin{aligned}\tilde{P}_k &= \gamma_{\text{eff}} \cdot P_k \\ \tilde{D}_k &= \min[\max(\gamma_{\text{eff}}; 0, 1); 1, 0] \cdot D_k\end{aligned}\tag{1.87}$$

où  $\gamma_{\text{eff}}$  est l'intermittence efficace obtenue par l'équation (3.2).

**Modification de la fonction de raccord  $F_1$  :** La fonction  $F_1$  (eq. 1.32) est modifiée pour éviter qu'elle ne s'annule dans les couches limites laminares :

$$\begin{aligned}F_1 &= \max(F_{1, \text{orig}}; F_3) \\ F_3 &= \exp\left(-\left(\frac{R_y}{120}\right)^8\right) \quad ; \quad R_y = \frac{\rho y \sqrt{k}}{\mu}\end{aligned}\tag{1.88}$$

**Modification du limiteur SST :** Afin d'assurer que la correction SST (1.38) ne soit active que dans les régions turbulentes et non dans les couches limites laminares,

Content (2011) propose la modification suivante :

$$\tilde{\mu}_t = \min \left( \frac{\rho k}{\omega}; \frac{0,31\rho k}{SF_2 \min(\gamma_{\text{eff}}; 1,0)} \right) \quad (1.89)$$

### 1.4.6 Limites du modèle

Pour résumer, le principe du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  est de caractériser l'état de la couche limite laminaire au travers du nombre de Reynolds de vorticité, de comparer sa valeur redimensionnée par une constante à un nombre de Reynolds de transition issu d'une corrélation empirique, puis d'activer la production d'énergie cinétique turbulente au travers de l'intermittence. Cette approche finalement relativement simpliste ne saurait représenter l'ensemble des mécanismes en jeu dans la transition de couche limite.

En effet, le modèle de transition de Menter et Langtry ne permet de modéliser que des transitions longitudinales sur surfaces lisses. De ce fait, le modèle n'est pas sensible aux instabilités transversales, ce qui est particulièrement limitant sur des configurations d'ailes en flèche. De plus, le modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  ne prends pas en comptes les effets de rugosité ou température de paroi. Notons tout de même que des extensions aux transitions crossflow du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  ont été proposées par Grabe et Krumbein (2014) ainsi que Langtry (2015).

Une autre limitation du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ , est la corrélation de Langtry (2006) pour le nombre de Reynolds de transition  $R_{\theta_t}$ . Cette corrélation est proche de la corrélation d'Abu-Ghannam et Shaw (1980), mais, selon Langtry, améliorée pour des faibles taux de turbulence. Cependant Perraud *et al.* (2014) montrent que cette corrélation donne des résultats différents des résultats de stabilité sur des profils de similitude de Falkner Skan ( tude de stabilité longitudinale incompressible pour une surface athermane lisse). Ceci peut être observé sur la figure 1.11. On voit en particulier que la corrélation de Langtry a un comportement asymptotique pour des gradients de pression favorables, alors que la stabilité longitudinale prévoit des valeurs de  $R_{\theta_t}$  devenant très grandes. Ceci traduit probablement le fait qu'en pratique, sur des applications aéronautique, le nombre de Reynolds est limité par l'apparition d'autres mécanismes de transition (cross-flow, bulbe de décollement, imperfection de surface, ect.), d'où la volonté de Langtry d'obtenir un comportement asymptotique. Il est ainsi important de garder en tête qu'il y a une compensation de certaines lacunes du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  dès l'estimation du nombre  $R_{\theta_t}$ . Côté gradients de pression favorables, la corrélation de Langtry sur-estime les valeurs de  $R_{\theta_t}$  par rapport à la stabilité, ce qui est étonnant. Il faut ainsi rester critique quand à l'utilisation de la corrélation de Langtry à faibles taux de turbulence.

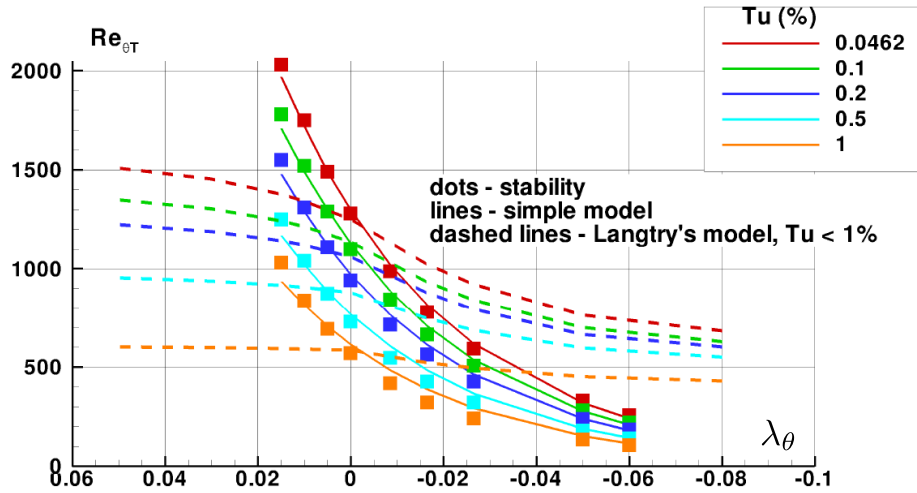


FIGURE 1.11 – Comparaison de la corrélation de Langtry (2006) à des résultats de stabilité sur des profils de similitude de Falkner Skan. Tiré de Perraud *et al.* (2014)

## 1.5 Rugosités de surface en turbomachine

Passons maintenant à la dernière partie de l'étude bibliographique. Le titre bien vague de cette partie témoigne à lui seul de la complexité de discuter de façon succincte de ce vaste sujet. Cette partie ne se veut ainsi pas exhaustive, mais prétend simplement apporter quelques éléments éclaircissant le sujet. Tout d'abord, qu'est-ce qu'une rugosité ?

La définition de ce qu'est la rugosité dépend du domaine d'étude. En tribologie ou encore en usinage, la rugosité est souvent une mesure uniforme de la texture d'une surface, exprimée par des paramètres d'amplitude, de quantité ou de forme. En dynamique des fluides, la définition est plus large. En effet, est considéré comme rugosité tout défaut de surface de hauteur de l'ordre de la hauteur de la couche limite ou inférieure.

On distingue ainsi deux types de rugosités : les rugosités distribuées et les rugosités ponctuelles. Les rugosités distribuées rejoignent la définition usuelle de texture de la surface, typiquement caractérisées par la hauteur moyenne des défauts. On retrouve dans cette catégorie l'état de surface d'une pièce sortie d'usinage, l'érosion fine, etc. Les rugosités ponctuelles regroupent les défauts de surface localisés (sauf éventuellement dans une direction) et présents en nombre limité sur la surface. On citera par exemple une tête de rivet ou un raccord de tôle, un impact d'insecte, un fil déclencheur de couche limite, etc. La limite entre ces deux catégories n'est pas évidente. Il est par exemple difficile de ranger dans une de ces deux catégories les rugosités causées par un grand nombre d'impacts, la formation de cristaux de glace ou encore l'écaillage d'un revêtement de protection thermique. Une telle disparité dans les rugosités les rendent difficiles voire impossibles à caractériser par un paramètre unique.

L'effet des rugosités sur l'écoulement dépend fortement du type de rugosité et du type d'écoulement. De façon très générale, la présence de rugosités a tendance

à avancer la transition laminaire-turbulent vers l'amont et épaissir la couche limite turbulente. Les coefficients de frottement et d'échange thermique sont ainsi plus élevés. En dessous d'une certaine taille, les rugosités n'ont aucune influence sur l'écoulement.

### 1.5.1 Origine des rugosités

#### Dans le cas général

D'un point de vue général, l'origine des défauts de surface est très variée. On peut cependant discerner quelques sources principales : la texture initiale de la pièce, les défauts architecturaux, l'érosion et la corrosion et enfin la contamination par l'environnement.

L'origine la plus évidente de rugosité est la texture d'une surface à l'issue de sa production. Cet aspect est en général très maîtrisé (ce qui peut coûter cher), que ce soit par des contraintes sur la qualité de l'usinage (pour les pièces nues) ou par l'application d'un revêtement (peintures, gelcoat<sup>2</sup>, etc.). Bien que l'on maîtrise l'état de surface en terme de contraintes de production, certains industriels cherchent à mieux connaître l'effet de ce type de rugosités sur l'écoulement. Ils pourraient ainsi éventuellement gagner en performance ou bien relaxer quelque peu les contraintes de qualité d'état de surface à performances égales.

Certains défauts de surface sont inhérents à l'architecture de construction du système. Par exemple, les têtes de rivets, les raccords de tôles, la jonction bec-aile ou encore les boudins de dégivrage peuvent avoir un effet notable sur l'écoulement.

Une autre source de rugosité est l'érosion de la surface par l'écoulement. Ceci survient surtout si l'écoulement est fortement chargé en particules (poussière, pollen, cendres, produits de combustion, cristaux, etc.). L'érosion est fortement fonction de l'écoulement, ce qui induit souvent une disparité importante sur une même pièce. Ainsi, les surfaces situées proches de zones de recirculation ou de points d'arrêt souffrent plus d'érosion que le reste de la pièce. La corrosion des métaux non protégés est un autre aspect particulièrement difficile à maîtriser.

Enfin, les rugosités de formes les plus variées proviennent de contamination par l'environnement. Dans le cadre des ailes et fuselage d'avion, on peut trouver en fonction de l'environnement des dépôts de poussière ou de boue, une accréation de cristaux de sel ou de glace ainsi que des impacts d'insectes. Dans le cas des turbines, on retrouve aussi des suifs (imbrûlés), des cendres (issus de la combustion de composés organiques) ainsi que du verre (sable fondu dans la chambre de combustion).

#### Rugosités en turbomachine

Les problématiques de rugosités en turbomachine concernent surtout les aubes de compresseur et de turbine. Comme toute autre pièce, elles sont caractérisées par une rugosité initiale suite à leur fabrication, qui est de l'ordre de  $Ra \sim 1\mu\text{m}$ . Ce niveau de rugosité est soumis à des contrôles de qualité stricts avant le montage de la pale

---

2. Le gelcoat est une résine époxy ou polyester applicable sur les matériaux composites comme la fibre de verre ou de carbone. Il confère à la surface un état particulièrement lisse. En aéronautique, le gelcoat est utilisé sur les planeurs et certains avions de tourisme, sur les maquettes...

sur le moteur. Au cours de leur service, les aubes de turbomachine se dégradent, et ce de façon très variable en fonction des utilisations. Les causes principales de dégradation sont l'érosion par impacts de particules en suspension, les dépôts (pour les turbines) et l'écaillage du revêtement de protection thermique (si présent) (Bons, 2010; Roberts et Yaras, 2005).

Bons *et al.* (2001) ont réalisé une étude des rugosités d'une centaine de pales de turbines terrestres retirées du service. Une grande disparité est mise en évidence :

- disparité pale à pale (tous phénomènes confondus),
- disparité de hauteur des défauts le long de l'envergure (sont plus touchés les pieds de pales de turbines et les têtes de pales de compresseurs),
- disparité de hauteur des défauts le long de la corde,
- grande variabilité de forme des défauts,
- passage d'une partie plus rugueuse à moins rugueuse souvent continu mais parfois abrupte.

Cette variabilité rend la caractérisation des rugosités en turbomachine très difficile. Les relevés de surface présentés en figure 1.12 mettent en évidence la disparité d'aspect de différents types de rugosité.

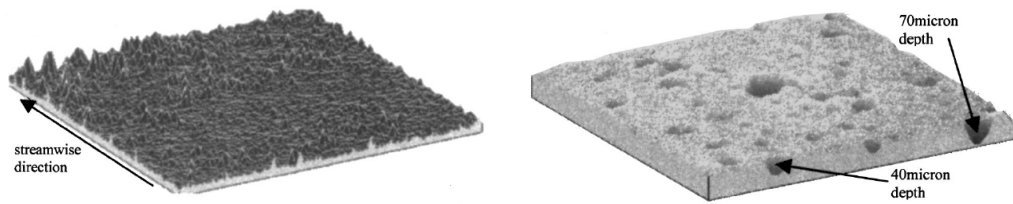
Bons *et al.* (2001) identifient deux types de dépôts. Premièrement, certaines particules en suspension dans l'air fondent dans la chambre de combustion et forment des dépôts plutôt coniques (figure 1.12 (a)). Par ailleurs, les résidus de combustion peuvent former des dépôts très variés en taille et en forme. Bons *et al.* remarquent que ce type de dépôt donne des rugosités de taille importante (plusieurs dizaines voire quelques centaines de microns). Leur étude portait cependant sur des turbines terrestres qui utilisent des carburants beaucoup plus impurs qu'en aéronautique (pétrole brut, huiles de raffinage...). Ainsi, la problématique de dépôt de produits de combustion est moindre en turbine aéronautique. Une utilisation plus systématique de biocarburants pourrait cependant entraîner une augmentation d'accrétion des dépôts.

Si les aubes de turbine sont recouvertes d'un revêtement de protection thermique, il est possible que ce dernier s'écaille au cours du temps. Il se forme alors des défauts de hauteur de l'ordre de l'épaisseur du revêtement (100 à 400  $\mu\text{m}$ ). Ces défauts prennent d'abord la forme de trous de quelques millimètres de diamètre, puis (au cours du temps de service) forment des structures de type marche descendante - marche montante pour enfin laisser apparaître le métal brut complémenté de quelques îlots résiduels de revêtement. Ce type de défauts peut être observé en figure 1.12 (e).

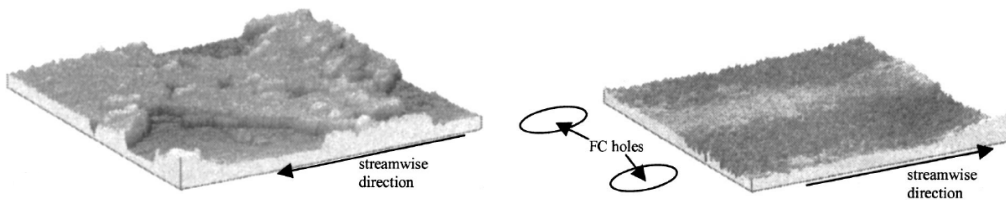
Les turbines opérant en environnement salin souffrent aussi de corrosion due à l'ingestion de sable et de sel. Il se forme alors des défauts similaires à de l'érosion (Bons *et al.*, 2001).

Enfin, certains dispositifs déclencheurs de couche limite sont considérés comme des rugosités. On discerne les dispositifs 2D (fils, marches) des dispositifs 3D (rangée de plots).

La différence de forme et de distribution des défauts de surface est telle qu'il paraît impossible de les caractériser correctement par un paramètre unique. Ceci implique que, dans le cadre d'une modélisation de l'effet de ces rugosités de surface, des familles doivent être définies afin de pouvoir les traiter séparément.

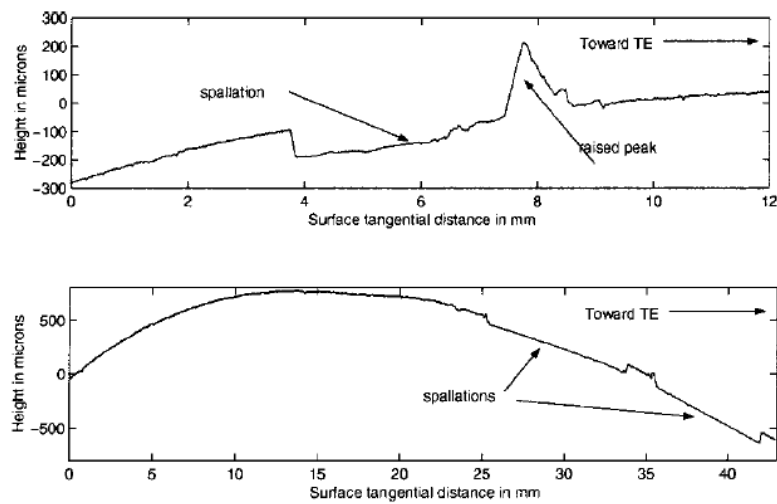


(a) Contamination proche du bord d'attaque (b) Érosion et puits de corrosion proche du bord de fuite de l'intrados



(c) Dépôts hydrocarbonés

(d) Érosion en aval de trous de refroidissement



(e) Écaillage du revêtement de protection thermique

FIGURE 1.12 – Relevés de surface mettant en évidence la disparité de forme des rugosités rencontrées en turbomachines. Tiré de Bons *et al.* (2001)

### 1.5.2 Caractérisation des rugosités

Il existe plusieurs moyens de caractériser une surface rugueuse. Les moyens les plus courants pour caractériser une surface uniformément rugueuse sont des paramètres statistiques et la notion de grain de sable équivalent. Pour les rugosités isolées, on utilise directement leurs paramètres géométriques, souvent exprimés sous forme de nombre de Reynolds.

**Paramètres statistiques :** On utilise de façon usuelle cinq paramètres statistiques pour caractériser la hauteur des défauts via l'usage des normes  $L_1$ ,  $L_2$  et  $L_\infty$  ainsi que des moments statistiques d'ordre 3 et 4. On définit ainsi :

$$Ra = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_i| \quad (1.90)$$

$$Rq = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i^2} \quad (1.91)$$

$$Rz = y_{max} - y_{min} \quad (1.92)$$

$$Sk = \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i^3 \right) \frac{1}{Rq^3} \quad (1.93)$$

$$Ku = \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i^4 \right) \frac{1}{Rq^4} \quad (1.94)$$

Le nombre  $Ra$ , hauteur moyenne des défauts, est le paramètre le plus utilisé en industrie. C'est un très bon indicateur pour les rugosités distribuées uniformes (l'état de surface d'une pièce neuve par exemple). Il est cependant biaisé sur des surfaces localement très lisses ou très rugueuses et ne donne pas d'information sur la forme ou le diamètre des défauts. Le nombre  $Rz$ , hauteur maximum crête à crête, peut s'avérer être un meilleur indicateur dans certains cas (et en fonction du phénomène que l'on cherche à étudier). En effet, si certains défauts dépassent la hauteur critique, ils peuvent à eux seuls déclencher la transition de la couche limite. En cas de forte disparité de hauteur des défauts, le nombre  $Rz$  peut permettre de détecter un dépassement de hauteur critique malgré une valeur de  $Ra$  faible. Le coefficient de dissymétrie,  $Sk$ , caractérise la dissymétrie de la distribution par rapport à la valeur moyenne, c'est-à-dire la tendance des défauts à être plutôt des dépressions ou des protubérances. Le coefficient d'aplatissement (aussi appelé kurtosis),  $Ku$ , est particulièrement délicat à interpréter. Parmi les distributions symétriques, une distribution fortement concentrée autour de la moyenne donne une valeur de  $Ku$  positive (distribution leptokurtique), une distribution Gaussienne donne une valeur de  $Ku$  nulle (distribution mésokurtique) et une distribution à fortes épaules une valeur du  $Ku$  négative (distribution platikurtique). Cependant, une distribution à queues importantes (surface localement très lisse ou très rugueuse) donne aussi une valeur de kurtosis positive.

**Notion de grain de sable équivalent :** En modélisation de la couche limite turbulente sur paroi rugueuse, on ne peut pas utiliser les paramètres statistiques



tel que le nombre  $Ra$ . En effet, à  $Ra$  donné, des rugosités de formes différentes ne vont pas induire la même augmentation de traînée. En utilisant les données de Nikuradse (1933), Schlichting (1949) parvient à corrélérer différents types de rugosités à une rugosité de grain de sable équivalente. *On caractérise ainsi une rugosité par le diamètre  $k_s$  de grain de sable qui donnerait le même coefficient de frottement que cette rugosité.* Cette notion est maintenant largement acceptée et il existe un très grand nombre de méthode pour corrélérer différents paramètres de rugosité au diamètre du grain de sable équivalent. On peut ainsi obtenir une valeur de  $k_s$  à partir d'une mesure de surface, donnant par exemple  $Ra$ . Cette corrélation  $k_s \leftrightarrow Ra$  peut être vue comme un ajout de paramètre de forme au paramètre  $Ra$ , valable pour le coefficient de frottement uniquement. Ceci implique deux limitations immédiates : cette corrélation n'est valable par exemple ni pour le coefficient d'échange thermique de la couche limite turbulente, ni pour la transition laminaire-turbulent.

La corrélation  $k_s \leftrightarrow Ra$  peut être déterminée de façon exacte pour un état de surface donné si celui-ci est reproduit sur une plaque plane et testé en soufflerie (Schlichting (1949)). Si cette expérience ne peut pas être réalisée, la corrélation doit être estimée. Le tableau 1.1 regroupe quelques corrélations  $k_s \leftrightarrow Ra$  spécifiques aux surfaces usinées ou aux turbines, extrait d'une liste de 25 corrélations Bons (2010), elle-même loin d'être exhaustive. On remarque rapidement la grande variabilité des corrélations et il est clair que le choix de la corrélation influence grandement les résultats de calcul.

Année	Référence	Corrélation	Type de surface
1967	Forster (1966)	$k_s \approx 2 Ra$	Surfaces usinées
1976	Koch et Smith (1976)	$k_s \approx 6 Ra$	Grains de sable
1976	Bammert et Sandstede (1976)	$k_s \approx 2,2 Ra^{0,88}$	Surfaces produites mécaniquement et papier d'émeri
1980	Schaffler (1980)	$k_s \approx 8,9 Ra$	Pales forgées et usinées
1984	Simoni <i>et al.</i> (2009)	$k_s \approx 2 Ra$	Surfaces usinées
1998	Bogard <i>et al.</i> (1998)	$k_s \approx 4 Ra$	Stators de turbine
2003	Bunker (2003)	$k_s \approx 10 Ra$	Revêtement de protection thermique poli
2003	Shabbir et Turner (2004)	$k_s \approx 8,9 Ra$	Turbines
2005	Hummel <i>et al.</i> (2004)	$k_s \approx 5,2 Ra$	Turbines

TABLE 1.1 – Quelques corrélations  $k_s$ - $Ra$ , extrait de Bons (2010).

Afin de terminer ce paragraphe sur la hauteur de grain de sable équivalent, on notera que ce paramètre est souvent adimensionné à l'aide des grandeurs à la paroi :

$$k_s^+ = \frac{\rho u_\tau k_s}{\mu} \quad (1.95)$$

$$\text{avec : } u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (1.96)$$

**Rugosités isolées :** La caractérisation des rugosités isolées est souvent réalisée grâce à leurs paramètres géométriques. On caractérise ainsi une marche par sa hauteur  $k$ , ou encore le nombre de Reynolds basé sur la hauteur de la marche et la vitesse infinie amont :

$$R_k = \frac{\rho U_\infty k}{\mu}$$

Pour les rugosités 3D, il est plus usuel d'utiliser le nombre de Reynolds basé sur les valeurs des grandeurs en  $y = k$  en absence de rugosité,  $k$  étant la hauteur de la rugosité :

$$R_{kk} = \frac{\rho_k U_k k}{\mu_k}$$

On remarque ainsi que les différents paramètres à notre disposition permettant la caractérisation d'un état surfacique dépendent du type de rugosité d'une part et du type d'effet sur l'écoulement étudié d'autre part. *Lors de l'établissement d'un modèle de rugosité, le paramètre définissant l'état de surface doit ainsi être méticuleusement choisi.*

### 1.5.3 Effet des rugosités sur les performances aéro-thermiques des turbomachines

#### Effet des rugosités sur les compresseurs

Le rôle des compresseurs est d'augmenter la pression totale du gaz avant la chambre de combustion. Ceci est fait en accélérant le gaz au niveau du compresseur puis en le comprimant dans un diffuseur. Les pales de compresseur sont dimensionnées afin d'éviter le décollement de la couche limite, ce qui induirait des pertes importantes voire le décrochage de l'étage. L'efficacité du compresseur pouvant être influencée par son état de surface, un certain nombre d'études ont été réalisées sur ce sujet.

Arts (2009) a étudié au VKI une grille de compresseur avec différents niveaux de rugosités distribuées ( $Ra = 0,5 ; 2,5 ; 5,0 \mu\text{m}$ ). Il compare les chutes de pression totale ainsi que les angles de sortie. Ses résultats, résumés en figure 1.13, montrent une influence claire du niveau de rugosité sur la chute de pression totale, mais pas sur l'angle de déviation.

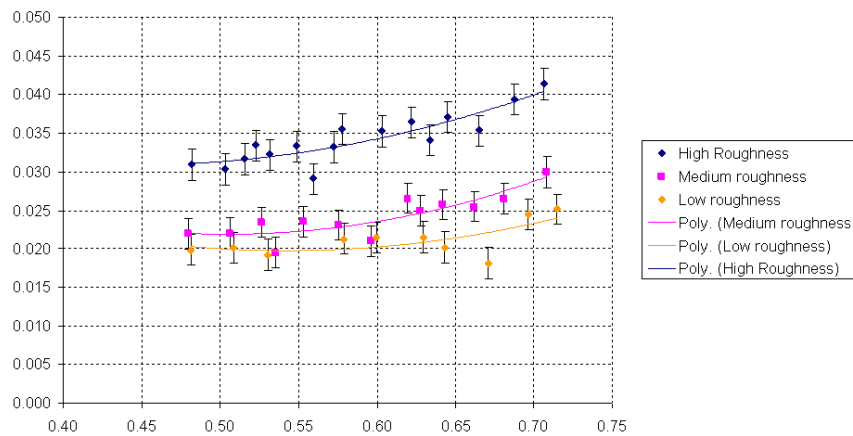
Bons propose une revue des effets de rugosité sur compresseur (Bons, 2010). Il en ressort une influence de la rugosité distribuée sur l'efficacité, qui peut être particulièrement marquée si le niveau de rugosité induit un décollement de la couche limite. Aussi, des études en transsonique montrent une augmentation des pertes due aux chocs lorsque la hauteur des défauts augmente.

Bien qu'il semble clair que la rugosité influence l'efficacité des compresseurs, les expériences réalisées ne nous permettent pas de conclure quant au comportement de la zone de transition de couche limite face aux changements d'état de surface.

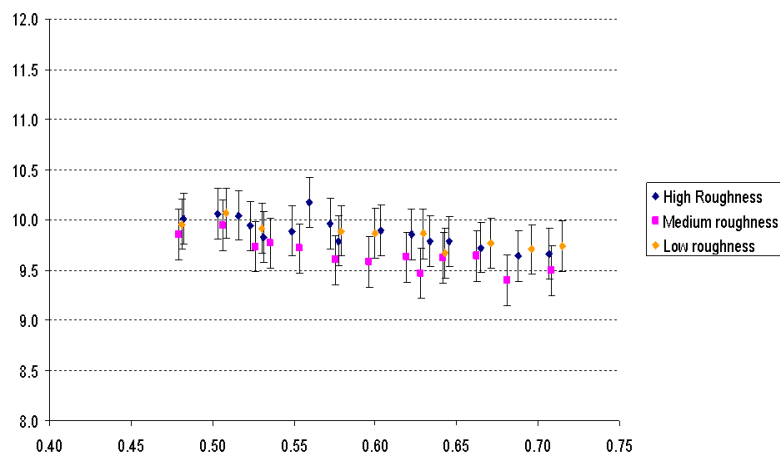
#### Effet des rugosités sur les turbines

Le rôle d'une turbine est d'extraire du travail à l'écoulement, afin de le restituer sous forme de travail mécanique de rotation au compresseur. Il en résulte une chute de pression statique permettant d'avoir des formes de pales à forte courbure. Cette configuration peut entraîner la formation de bulbes de décollement à certains nombres de Reynolds.

La complexité de l'influence de la rugosité sur les performances des turbines rend un résumé des études existantes difficile. Premièrement il est difficile de comparer les niveaux de rugosité entre différentes études par le simple fait que ce dernier soit difficile à caractériser. Par exemple, la majorité des auteurs utilisent  $Ra$ , mais certains utilisent les nombres  $Rq$  ou  $Rz$ . Bons regroupe un certain nombre d'études dans son article de revue (Bons, 2010), qui permet de dégager des grandes tendances. Premièrement, dans la plupart des cas, on constate une augmentation des pertes lors du passage des pales lisses aux pales rugueuses (voir par exemple figure 1.14). Ces pertes augmentent avec  $Ra$  et le nombre de Reynolds. Dans certains cas, à bas nombre de Reynolds, on constate une baisse des pertes en présence de rugosités. Ceci est dû au fait que le bulbe de décollement est diminué voir supprimé par une transition précoce de la couche limite due à la présence de rugosité (effet balle de golf). Cependant le fait de « remplacer » un bulbe de décollement par une couche limite turbulente engendre une augmentation du nombre de Nusselt local d'un fac-



(a) Coefficient de perte (ordonnée) par rapport au nombre de Mach amont (abscisse)



(b) Angle de sortie (ordonnée) par rapport au nombre de Mach amont (abscisse)

FIGURE 1.13 – Influence de différents niveaux de rugosité sur une grille de compresseur. De Arts (2009)

teur deux à trois (Stripf *et al.*, 2005), ce qui peut être critique en terme de tenue des matériaux.

Les expériences présentées dans ce paragraphe sont très utiles pour la compréhension des effets des rugosités sur des paramètres macroscopiques tels que les pertes aérodynamiques. Cependant, elles ne sont pas très adaptées aux développements de modèles. En effet, ces mesures globales ne permettent pas de dissocier l'effet des rugosités sur la couche limite turbulente de leur effet sur l'abscisse de transition.

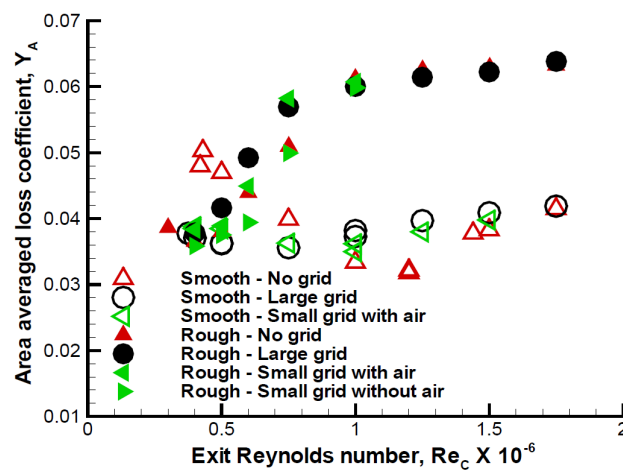


FIGURE 1.14 – Comparaison des pertes sur une cascade d’aubes HP en présence de rugosités pour trois niveaux de turbulence. Les mentions « with/without air » font référence à un dispositif d’injection d’air au niveau des barreaux de la grille capable d’augmenter le niveau de turbulence. De Boyle et Senyitko (2003)

### 1.5.4 Modèles de transition en présence de parois rugueuses

Il existe un certain nombre de modèles de transition de couche limite sur paroi rugueuse. Nous avons notamment à notre disposition un certain nombre de critères donnant les hauteurs admissibles ou critiques de différents types de défauts de surface isolés. Nous verrons aussi dans ce paragraphe que, dans le cadre de modèles de transition avec fonction d'intermittence, utiliser une corrélation donnant le nombre de Reynolds de transition en fonction notamment de la rugosité de surface peut être intéressant. Enfin, un modèle de rugosité spécifique au modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  est présenté.

#### Approche par critère

Nous avons à notre disposition des critères de transition pour quelques types de rugosités. On discerne trois types de critères :

1. Les critères donnant directement l'abscisse de transition
2. Les critères donnant la taille admissible, taille en dessous de laquelle la rugosité n'a aucune influence sur la transition
3. Les critères donnant la taille critique, taille au-dessus de laquelle la transition est immédiatement déclenchée au niveau de la rugosité (en fait à une distance très courte en aval de la rugosité).

**Waviness :** Fage (1943) propose un critère d'abscisse de transition (type 1) pour des formes ondulées (voir figure 1.15) :

$$\frac{k}{x_t} = 9 \cdot 10^6 \left( \frac{U_e x_t}{\nu} \right)^{-\frac{3}{2}} \left( \frac{\lambda}{x_t} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (1.97)$$

**Cavités :** Nenni et Gluyas (1966) donnent un critère pour une cavité de largeur  $b$  critique (type 3) :

$$R_b \equiv \frac{U_e b}{\nu} = 15\,000 \quad (1.98)$$

Olive et Blanchard (1982) confirment la validité de ce critère pour des profondeurs de cavité  $k$  assez importantes :  $k/\delta > 5$ .

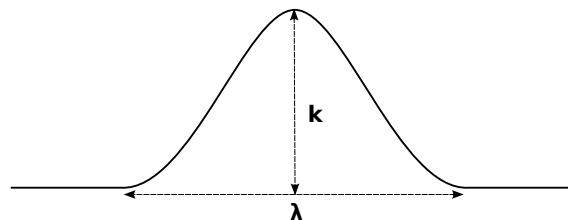


FIGURE 1.15 – Forme des waviness du critère de Fage (1943).

**Marches montantes et descendantes :** Nenni et Gluyas (1966) proposent aussi un critère, cette fois-ci d'admissibilité (type 2), pour les marches montantes et descendantes de hauteur  $k$  :

$$R_k \equiv \frac{U_e k}{\nu} = 900, \text{ pour les marches montantes} \quad (1.99)$$

$$R_k \equiv \frac{U_e k}{\nu} = 1\,800, \text{ pour les marches descendantes} \quad (1.100)$$

Des études sont en cours à l'ONERA-DMAE afin d'affiner ces critères.

**Le critère Von Doenhoff et Braslow (1961) :** Ce critère donne la hauteur  $k$  et la largeur  $d$  (dans la direction transverse à l'écoulement) critique (type 3) d'une rugosité 3D *isolée* ou éventuellement distribuée dans la *direction transverse à l'écoulement* :

$$R_k \equiv \frac{U_k k}{\nu_k} = 600 \left( \frac{d}{k} \right)^{-\frac{2}{5}} \quad (1.101)$$

À la connaissance de l'auteur, il n'existe pas de critère de transition pour des rugosités uniformément réparties sur toute la surface.

### Modèle de transition sur surfaces recouvertes de cônes tronqués

Stripf *et al.* (2009) ont développé un modèle de transition sur paroi recouverte de cônes tronqués. La forme de telles rugosités peut être observée sur la figure 4.1. Stripf *et al.* choisissent de travailler avec un modèle de transition par fonction d'intermittence algébrique. La rugosité intervient uniquement au niveau de la fonction de corrélation donnant le nombre de Reynolds de transition et ce au travers de la hauteur des cônes  $k$  :

$$R_{\theta_t} = \begin{cases} R_{\theta_t, \text{lisse}} = 500 (Tu^*)^{-0,65}; & \text{si } \frac{k}{\delta_1} \leq 0,01 \\ \left[ \frac{1}{R_{\theta_t, \text{lisse}}} + 0,0061 f_\Lambda \left( \frac{k}{\delta_1} - 0,01 \right)^{f_{Tu}} \right]^{-1}; & \text{si } \frac{k}{\delta_1} > 0,01 \end{cases} \quad (1.102)$$

avec :

$$f_{Tu} = \max [0,9; 1,61 + 1,15 \exp(-Tu^*)] \quad (1.103)$$

$$Tu^* = \begin{cases} 0,5(Tu + Tu_{\text{amont}}) + f_c; & \text{pour les plaques planes} \\ Tu + f_c; & \text{pour les profils} \end{cases} \quad (1.104)$$

$$f_c = \begin{cases} 0; & \text{à l'extrados} \\ 3,5; & \text{à l'intrados} \end{cases} \quad (1.105)$$

$$f_\Lambda = \begin{cases} 1,028 (1 - \Lambda_R^{-2}); & \Lambda_R < 6 \\ 1 & 6 \leq \Lambda_R \leq 7 \\ 0,3 + [1,43 + 0,01 (\Lambda_R - 7)^{2,7}]^{-1}; & \Lambda_R > 7 \end{cases} \quad (1.106)$$

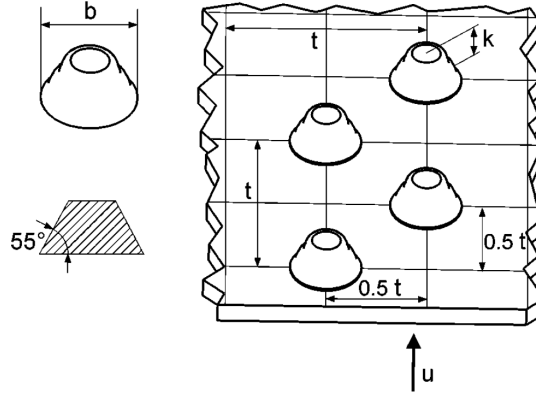


FIGURE 1.16 – Forme des rugosités prises en compte dans le modèle de Stripf *et al.* (2008)

où  $\Lambda_R$  est un paramètre d'espacement des rugosités :

$$\Lambda_R = \frac{k}{h_m} \quad (1.107)$$

avec  $h_m$  la hauteur moyenne des rugosités.

On notera au passage la formulation intéressante de la corrélation donnant le nombre de Reynolds de transition sur paroi lisse (eq. (4.1)). Cette corrélation est en fait celle de Schiele (2000). Plutôt que de prendre en compte explicitement le gradient de pression dans la corrélation, celle-ci ne prend en compte que le taux de turbulence, mais est biaisée vers des cas turbines car construite uniquement sur ce type de cas. Un des arguments avancés par Stripf *et al.* en faveur de cette corrélation est le fait que l'absence du gradient de pression facilite l'insertion d'un paramètre de rugosité.

### Modèle de transition spécifique au modèle $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$

Dassler *et al.* (2010) proposent un modèle de transition sur surface rugueuse spécifique au modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ . Pour cela, ils rajoutent au modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  une troisième équation de transport pour « l'Amplification Rugueuse »  $A_r$  :

$$\frac{\partial(\rho A_r)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j A_r)}{\partial x_j} = P_{A_r} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \sigma_{ar} (\mu + \mu_t) \frac{\partial A_r}{\partial x_j} \right] ; \sigma_{ar} = 20 \quad (1.108)$$

$$P_{A_r} = F_y \cdot F_k \quad (1.109)$$

$$F_y = \frac{2,0}{1,0 + \exp(-7,0 y^+ + 7,0)} \quad (1.110)$$

$$F_{k_s} = \frac{11000,0}{1,0 + \exp(-1,0 k_s^+ + 11,1)} \quad (1.111)$$

$$Arg_r = \max \left( \frac{A_r - 2,0}{2,0}, 0,0 \right) \quad (1.112)$$

$$P_{\theta_t} = -10,0 Arg_r, \text{ si } F_{\theta_t} > 0,99 \quad (1.113)$$



Le principe est le suivant : le terme  $P_{Ar}$  produit de l'amplification au fur et à mesure que l'on rencontre des rugosités. Ceci entraîne une destruction de  $\overline{R_{\theta_t}}$  par la modification du terme  $P_{\theta_t}$ , destruction qui a pour effet de déplacer la transition vers l'amont. Le terme de production d'amplification  $P_{Ar}$  est issu d'une corrélation avec les expériences de Feindt (1956) dont l'article est particulièrement difficile à trouver. Ce terme de production utilise la hauteur de grain de sable équivalent  $k_s$  comme paramètre de rugosité. Ce choix est contestable. En effet, le grain de sable équivalent permet de se ramener à une rugosité équivalente en  $C_f$ , pas en abscisse de transition. Les auteurs ne communiquent pas sur la corrélation qu'ils utilisent pour obtenir cette hauteur de grain de sable équivalent. Sans cette corrélation nous ne pouvons ainsi pas définir nous-mêmes un grain de sable équivalent à partir d'une surface que nous connaissons (en  $Ra$  par exemple). Ce modèle n'est donc pas utilisable tel quel.

# Étude d'influence de certains paramètres sur le comportement du modèle $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$

## Sommaire

---

2.1	Couplage du modèle $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ au modèle $k\text{-}\omega$ Wilcox . . . . .	53
2.2	Évaluation du modèle $k\text{-}\omega\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ Wilcox dans un contexte turbomachine . . . . .	53
2.2.1	Présentation de la cascade d'aubes de turbine basse pression T106C . . . . .	53
2.2.2	Mise en données du cas T106C . . . . .	56
2.2.3	Résultats de calcul sur l'aube T106C avec transition et deux modèles de turbulence différents . . . . .	59
2.3	Influence de l'envergure . . . . .	65
2.4	Évaluation de la méthode bas $\frac{\mu_t}{\mu} _{in}$ de Benyahia et Babajee . . . . .	66
2.5	Influence du limiteur sur la production de turbulence . . . . .	69
2.6	Suppression de la singularité de bord d'attaque . . . . .	71
2.7	Raffinement du maillage . . . . .	75
2.8	Retour sur la méthode bas $R_T$ . . . . .	78
2.9	Influence de la pression statique de sortie et de l'incidence . . . . .	80
2.10	Utilisation des corrélations d'Abu-Ghannam et Shaw et de Mayle . . . . .	85
2.11	Utilisation des corrélations de Menter et Langtry pour $F_{length}$ et $R_{\theta_c}$ . . . . .	88
2.12	Synthèse des paramètres recommandés . . . . .	91
2.13	Évaluation du nouveau jeux de paramètres sur le cas LS89 . . . . .	92

---

Au cours de leurs travaux, Benyahia (2012) et Babajee (2013) notent une influence, parfois forte, de certains paramètres numériques sur la prévision de la transition à l'aide du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ . Parmi ces paramètres, certains ne sont pas systématiquement étudiés lors des calculs en tout turbulent, car d'influence de second ordre. C'est le cas par exemple pour la valeur amont de  $\frac{\mu_t}{\mu}$ , sur laquelle on trouve finalement peu d'analyses, notamment en écoulements internes. Lors de calculs avec transition, les pratiques issues de méthodes en tout turbulent doivent être remises en question. De plus, le modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  présente une formulation nouvelle par rapport aux approches de modélisation de la transition par critères auxquelles nous sommes habituées. Nous devons ainsi mieux caractériser ce nouveau modèle avant de tenter toute amélioration de ce dernier.

Un autre élément montrant que le modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  est récent est la restriction qu'il impose sur le choix du modèle de turbulence. En effet, dans leur publication originelle, Menter *et al.* (2006) proposent que le modèle de transition  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  soit couplé au modèle de turbulence  $k\text{-}\omega$  SST. Content et Houdeville (2010) retiennent le même choix, donnant lieu à une première implantation du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  dans le code *elsA*, mais couplé au modèle  $k\text{-}\omega$  de Menter uniquement.

Il est problématique que le choix d'activer un modèle de transition impose un modèle de turbulence particulier. En effet, nous nous reposons souvent sur un cadre numérique mis en place avec attention et parfois associé à plusieurs années de pratique. Le choix du modèle de turbulence doit se faire en fonction du type d'application et non en fonction des autres modèles associés. Un des objectifs de cette thèse est ainsi d'étendre le choix du modèle de turbulence disponible en parallèle du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ .

Dans un premier temps nous nous attachons à coupler le modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  au modèle de turbulence  $k\text{-}\omega$  de Wilcox. Ceci permet d'avoir plus de possibilités pour notre étude paramétrique. Nous allons notamment voir que le limiteur SST systématiquement utilisé jusqu'à maintenant masquait un phénomène problématique en transition.

## 2.1 Couplage du modèle $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ au modèle $k\text{-}\omega$ Wilcox

Afin d'étendre le domaine d'application du modèle de transition  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  nous allons le coupler au modèle de turbulence  $k\text{-}\omega$  de Wilcox. Vu la grande similarité des modèles  $k\text{-}\omega$  de Menter et de Wilcox, en particulier dans les couches limites, aucune modification du modèle de transition n'est nécessaire. Il s'agit avant tout d'une intervention dans le code source d'*elsA*.

Le modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  est ainsi couplé au modèle  $k\text{-}\omega$  Wilcox de la même manière que pour le couplage au modèle  $k\text{-}\omega$  SST Menter : les termes  $(P_k)$  et  $(D_k)$  de l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente des modèles de turbulence (1.19) sont remplacés par  $\tilde{P}_k$  et  $\tilde{D}_k$  :

$$\begin{aligned}\tilde{P}_k &= \gamma_{eff} \cdot P_k \\ \tilde{D}_k &= \min [\max (\gamma_{eff}; 0,1) ; 1,0] \cdot D_k\end{aligned}\tag{2.1}$$

où  $\gamma_{eff}$  est l'intermittence effective obtenue par l'équation (3.2). Ce couplage étant effectué<sup>1</sup>, nous nous attachons maintenant à l'évaluer.

## 2.2 Évaluation du modèle $k\text{-}\omega\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ Wilcox dans un contexte turbomachine

Afin d'étudier le nouveau couplage entre le modèle de transition  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  et de turbulence  $k\text{-}\omega$  de Wilcox, nous nous intéressons au cas T106C du VKI.

### 2.2.1 Présentation de la cascade d'aubes de turbine basse pression T106C

L'aube T106C est une aube représentative des turbines basse pression fortement chargées. Dans le cadre du projet Européen TATMo, cette aube a été testée dans la soufflerie haute vitesse S1/C du VKI sur une plage de nombres de Reynolds isentropiques variant de 80 000 à 250 000 et une plage de taux de turbulence variant de 0,9 % à 3,2 %, le nombre de Mach isentropique de sortie étant fixé à 0,65. Nous avons accès notamment aux mesures de distributions de pression statique, de pertes d'énergie cinétique ainsi que d'angles de sortie (Michálek *et al.* (2012)). Les conditions d'écoulement variées permettent la formation des trois types de bulbe : court, long et ouvert. La classification de ces bulbes, selon Michálek *et al.* (2008), peut être observée sur la figure 2.1.

Les tableaux 2.1 et 2.2 résument les paramètres géométriques de l'aube ainsi que les conditions d'écoulement et la figure 2.2 présente la soufflerie S1/C.

---

1. Ce couplage est intégré dans les versions officielles d'*elsA* depuis la version V3.6.01 (avril 2015).

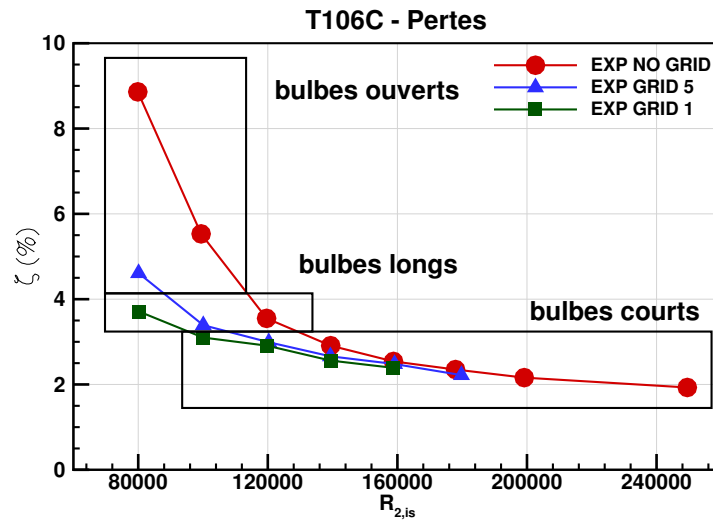


FIGURE 2.1 – T106C - pertes aérodynamiques - classification des bulbes de décollement. Reproduit de Michálek *et al.* (2008)

Corde ( $c$ )	93,01 mm
Distance inter-aube ( $g$ )	88,36 mm
Calage ( $\varphi$ )	30,7°
Incidence ( $\beta_1$ )	32,7°

TABLE 2.1 – Paramètres géométriques de l'aube T106C.

Taux de turbulence (proche B.A.)	Plage de nombres de Reynolds
0,9%	[80 000 ; 250 000]
1,8%	[80 000 ; 160 000]
3,2%	[80 000 ; 160 000]

TABLE 2.2 – Conditions d'écoulement avec mesures de pressions pariétales pour le cas T106C.

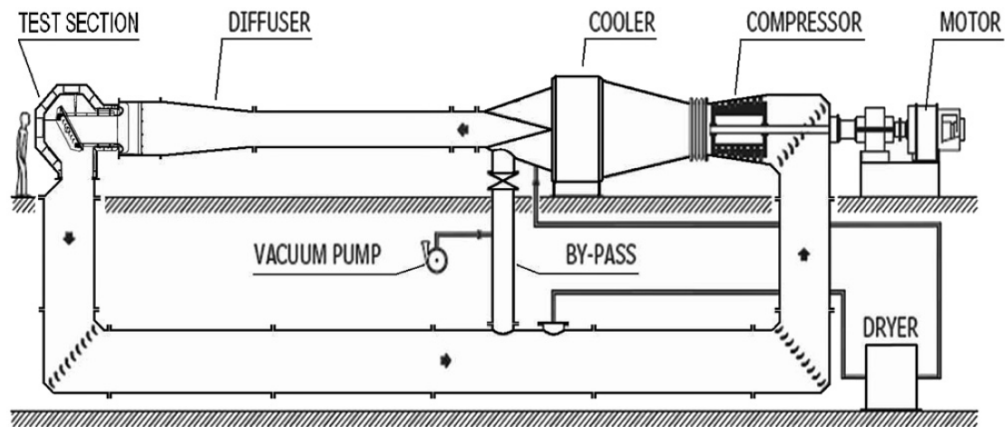


FIGURE 2.2 – Soufflerie pressurisée haute vitesse S1/C du VKI. Figure issue de Michálek *et al.* (2012).

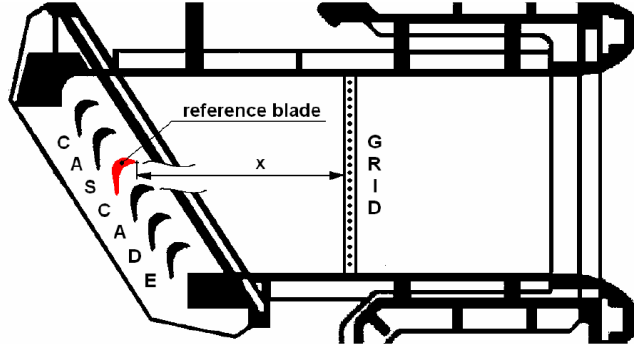


FIGURE 2.3 – Schéma de la veine S1 du VKI mettant en évidence l'angle entre la cascade d'aube et la grille de turbulence. Figure issue de Michálek et Arts (2008).

### 2.2.2 Mise en données du cas T106C

Parmi les conclusions des travaux de Benyahia (2012) et Babajee (2013), il ressort l'influence de la mise en données des cas turbines basse pression sur la modélisation du bulbe de décollement. En particulier, l'obtention des grandeurs turbulentes à l'amont du domaine de calcul est non triviale et ces grandeurs ont une influence importante sur les résultats de calcul. Babajee apporte des éléments de réponse quant à leur obtention.

Afin d'obtenir des niveaux de turbulence élevés dans la section d'essai de la soufflerie S1 du VKI, une grille de turbulence est placée en amont de la cascade d'aubes. Trois positions de grille sont utilisées, désignées par « Grille 1 », « Grille 3 » et « Grille 5 ». La section d'essai étant inclinée par rapport à la grille (voir figure 2.3), un relevé de taux de turbulence le long de l'axe vertical de la cascade permet d'obtenir, pour chaque grille, une fonction du type  $Tu = f(\text{distance avec grille})$ . Ces relevés sont tracés en traits pleins verts, bleus et rouges sur la figure 2.4. Les remarques de ce paragraphe ainsi que les données indiquées sont issues d'un rapport de Michálek et Arts (2008) diffusé dans le cadre du projet TATMo.

À partir de ces relevés, nous pouvons trouver une loi d'interpolation donnant  $Tu$  pour toute distance par rapport à la grille. Babajee (2013) propose la loi suivante (courbe en pointillés noirs de la figure 2.4) :

$$Tu = 100 \cdot 0,31 \left( \frac{x}{12 \cdot 10^{-3}} \right)^{-0,71}$$

En étendant la loi d'interpolation vers les faibles taux de turbulence, nous obtenons aussi une idée du comportement de la turbulence à  $Tu = 0,9 \%$ , qui correspond au niveau de turbulence naturelle de la soufflerie. Cette turbulence n'étant pas une turbulence de grille, une telle extension est contestable. À défaut d'une meilleure méthode, cette interpolation est tout de même retenue. À partir de cette loi pour  $Tu$  ainsi que des formules pour la décroissance de turbulence homogène isotrope, nous avons tracé la décroissance estimée de  $\frac{\mu_t}{\mu}$ .

La méthode retenue pour l'obtention de  $Tu$  et  $\frac{\mu_t}{\mu}$  à l'amont du domaine de calcul est la suivante : sur la figure 2.4, on se place à l'abscisse de la valeur de  $Tu$  souhaitée

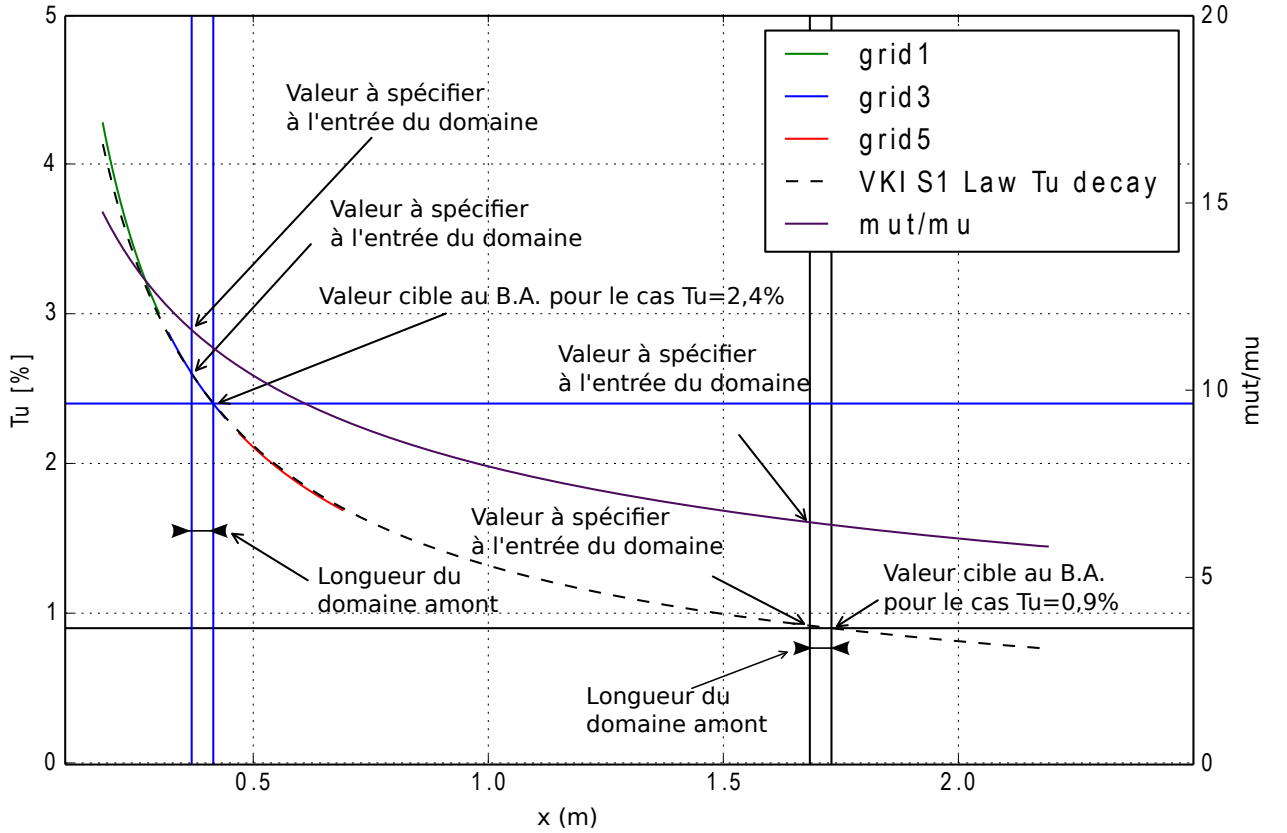


FIGURE 2.4 – Obtention des valeurs pour les grandeurs turbulentes à spécifier à l’entrée du domaine de calcul pour le cas T106C à  $R_{2,is} = 80\,000$ .

au bord d’attaque<sup>2</sup> ( $Tu = 0,9\%$  par exemple), puis on se décale de la distance entre l’entrée du domaine de calcul et le bord d’attaque. On lit alors les valeurs correspondantes pour  $Tu$  et  $\frac{\mu_t}{\mu}$ . Par exemple, pour le cas  $R_{2,is} = 80\,000$ ,  $Tu = 0,9\%$  et un domaine numérique amont d’un peu plus d’une corde de long, nous obtenons  $Tu|_{in} = 0,92\%$  et  $\frac{\mu_t}{\mu}|_{in} = 6,4$ . Ces valeurs sont cohérentes avec celles utilisées par Babajee.

La méthode précédente donne les valeurs de  $Tu$  et de  $\frac{\mu_t}{\mu}$  à l’entrée du domaine de calcul. En fait, nous devons spécifier les valeurs de  $k$  et  $\omega$  ( $k = \frac{3}{2} \left( U \frac{Tu}{100} \right)^2$ ;  $\omega = \frac{\rho k}{\mu_t}$ ). Or, les variables d’état ne sont pas connues à l’amont a priori (on établit l’écoulement à partir des grandeurs génératrices ainsi que de la pression statique de sortie). Les valeurs de  $U_{in}$  et  $\rho_{in}$  doivent ainsi être estimées à partir des conditions génératrices et d’un nombre de Mach arbitraire. On gagne en précision une fois que les variables d’état amont sont connues (grâce à un précédant calcul par exemple).

La figure 2.5 présente, à titre d’exemple, la décroissance de la turbulence de l’entrée du domaine de calcul jusqu’au bord d’attaque d’un de nos calculs. On notera que ce type de tracé n’est possible qu’avec un plan d’entrée éloigné du bord d’attaque

2. Il faut comprendre « la valeur de  $Tu$  qu’on aurait eu à la même abscisse que le bord d’attaque en absence d’aube »



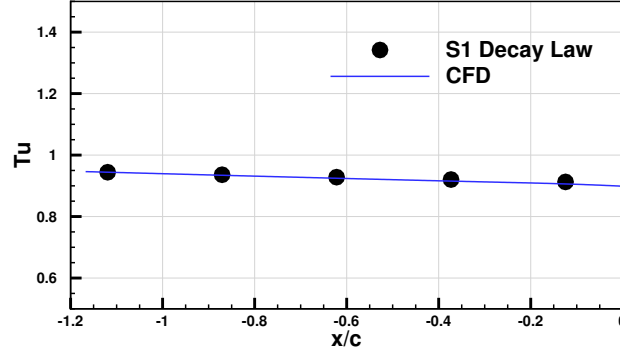


FIGURE 2.5 – Décroissance du taux de turbulence entre l'entrée du domaine de calcul et le bord d'attaque (cas T106C,  $Tu = 0,9 \%$ ,  $R_{2, \text{is}} = 120\,000$ ).

Aube	T106C
$T_i$ (K)	299
$P_i$ (Pa)	23 642
$\beta_1$ ( $^\circ$ )	35
$Tu _{\text{in}}$ (%)	{0,95; 2,01; 4,3}
$\frac{\mu_t}{\mu} _{\text{in}}$	{[8,1; 25,7]; [12,6; 38,9]; [33,9; 73,5]}
$M _1$	0,31 (non imposé)
$R_{2, \text{is}}$	[80 000; 250 000]
$M_{2, \text{is}}$	0,65
Schéma	Roe ordre 2 + limiteur de Valbada

TABLE 2.3 – Paramètres de calcul

(au moins une corde). En fait, pour notre étude, nous avons fait varier légèrement  $\frac{\mu_t}{\mu}|_{\text{in}}$  jusqu'à que la loi de décroissance soit bien respectée (et ce pour chaque  $R_{2, \text{is}}$  et chaque  $Tu$ ), d'où le très bon accord constaté sur cette figure. Ceci permet de compenser, jusqu'au bord d'attaque, les effets de dissipation numérique ainsi que les erreurs dues au modèle de turbulence. Cet exercice doit ainsi être reproduit si le maillage amont ou les paramètres numériques de calcul sont significativement modifiés.

Nous commençons par effectuer des calculs 2D. Ces calculs seront comparés à des calculs 3D ultérieurement. Le maillage utilisé pour le cas T106C est présenté en figure 2.6. Il s'agit d'un maillage O-4H de 21 500 points issu d'une étude de sensibilité au maillage par de Saint Victor (2010). Ce maillage nous permet d'obtenir un  $y^+$  moyen inférieur à 0,15 et 28 à 30 points dans la couche limite à l'abscisse de décollement. Les paramètres numériques sont résumés dans le tableau 2.3.

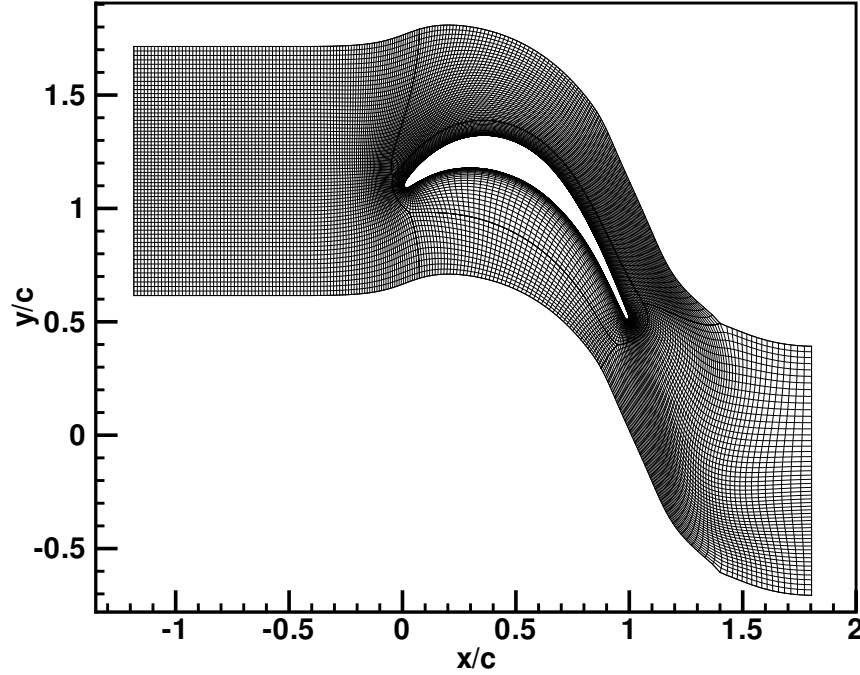


FIGURE 2.6 – Présentation du maillage T106C

### 2.2.3 Résultats de calcul sur l'aube T106C avec transition et deux modèles de turbulence différents

Nous présentons ici des calculs T106C à  $Tu = 0,9 \%$  et  $Tu = 1,8 \%$  avec le modèle de transition  $\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$  couplé au modèle de turbulence  $k-\omega$  SST de Menter (modèle de base) ainsi qu'au modèle  $k-\omega$  de Wilcox (nouveau modèle). Les figures 2.7 et 2.9 présentent les relevés de nombres de Mach isentropiques pour ces deux taux de turbulence et les figures 2.8 et 2.10 présentent les pertes aérodynamiques, caractérisées à l'aide du coefficient de perte de pression totale :

$$\zeta = 1 - \frac{1 - \left(\frac{P_2}{P_{02}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1 - \left(\frac{P_2}{P_{01}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \quad (2.2)$$

Avec le modèle de base, c'est-à-dire le  $k-\omega-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$  SST (courbes bleues) les résultats sont relativement loin de l'expérience. Cependant, l'écart entre les résultats obtenus avec les modèles  $k-\omega$  SST Menter et  $k-\omega$  Wilcox est faible. Les bulbes sont légèrement plus longs en  $k-\omega$  SST Menter, synonyme d'une abscisse de transition légèrement plus aval.

Concentrons-nous d'abord sur les résultats obtenus sur les cas à  $Tu = 0,9 \%$  (figure 2.7), les observations étant similaires à  $Tu = 1,8 \%$ . On remarque sur ces courbes que le bulbe de décollement est systématiquement prévu trop court (plateau de  $M_{is}$  trop court). Cette erreur augmente quand le nombre de Reynolds baisse. À  $R_{2,is} = 80\,000$ , la modélisation donne un bulbe long alors qu'il devrait être ouvert.

Sur les cas à forte erreur ( $R_{2, \text{is}} = 80\,000$  et  $R_{2, \text{is}} = 100\,000$ ), l'écart avec l'expérience commence par une mauvaise estimation du point de décollement laminaire, qui apparaît trop tardivement.

La sous-estimation de la taille du bulbe par le calcul se traduit par une sous-estimation des pertes (figure 2.8) à bas nombre de Reynolds uniquement. À partir de  $R_{2, \text{is}} = 160\,000$ , le bulbe est de type court expérimentalement. Il n'influence donc que peu les pertes aérodynamiques (physiques). Ainsi un écart sur la modélisation d'un bulbe court ne sera que peu marqué sur les pertes. Notre modélisation des pertes est très proche des expériences alors que les relevés de nombres de Mach isentropiques indiquent toujours un bulbe modélisé trop court. Pour les cas de bulbes courts, l'indicateur de pertes aérodynamiques est donc délicat à utiliser.

Les résultats de ce paragraphe sont conformes à ceux trouvés par Benyahia (2012) et Babajee (2013) lorsqu'ils utilisent des valeurs usuelles pour  $\frac{\mu_t}{\mu} \Big|_{\text{in}}$ . Ils constatent aussi que les résultats peuvent être améliorés en baissant fortement la valeur de  $\frac{\mu_t}{\mu}$ . Ceci témoigne d'une sensibilité du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  à la mise en données du calcul. Le gain potentiel lié à la mise en données ainsi que la nécessité d'avoir un cadre numérique maîtrisé avant toute modification du modèle nous pousse à conduire une étude d'influence de différents paramètres. Cette étude prend une dimension nouvelle du fait de la disponibilité du modèle  $k\text{-}\omega\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ .

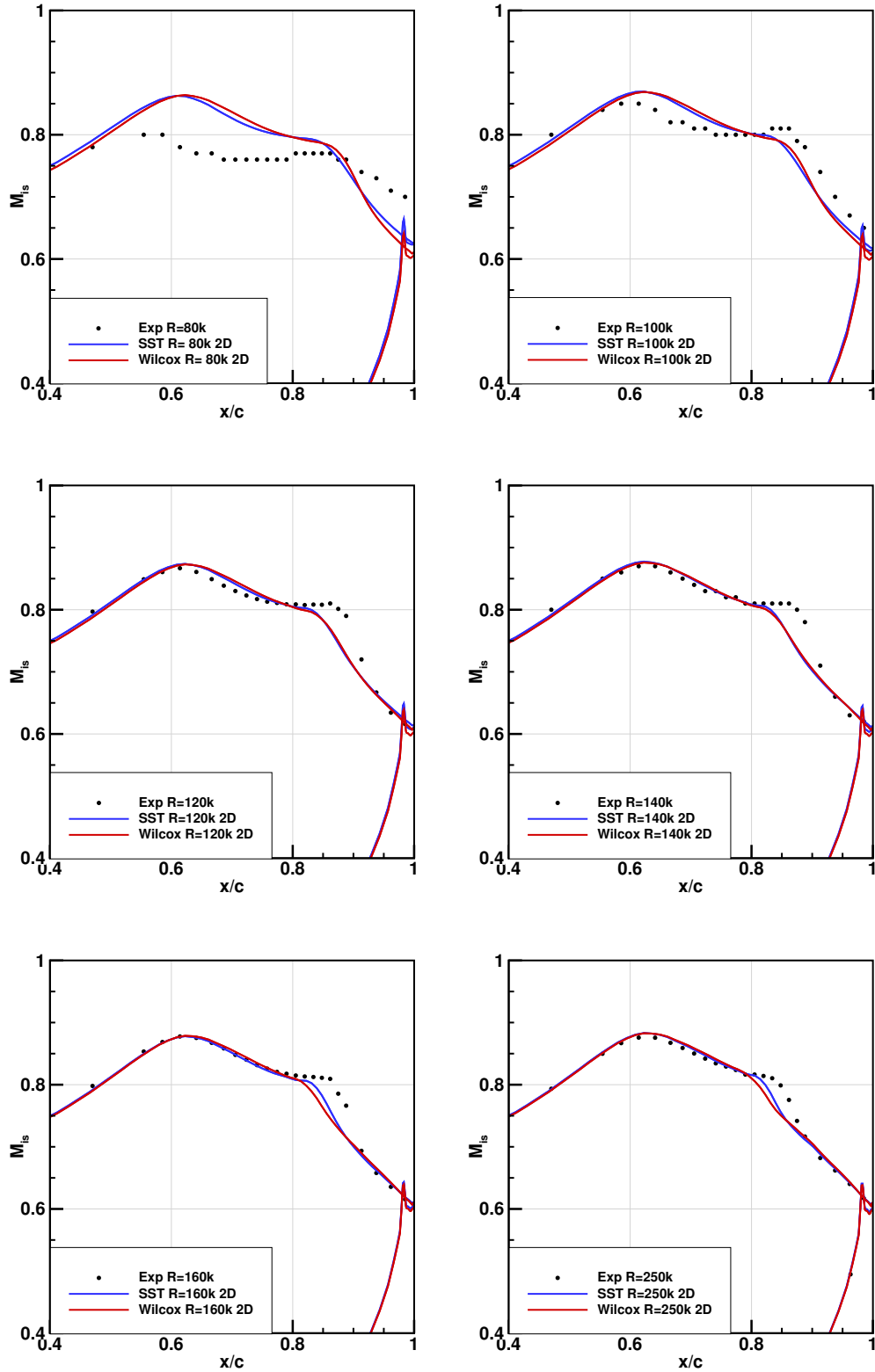


FIGURE 2.7 – T106C,  $Tu = 0,9 \%$  - Relevés de nombres de Mach isentropiques sur l'extrados pour différents nombres de Reynolds isentropiques de sortie.

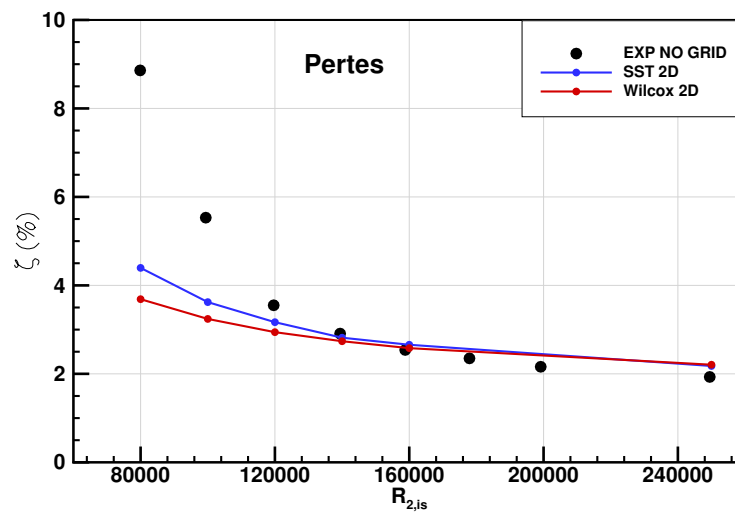


FIGURE 2.8 – T106C,  $Tu = 0,9 \%$  - Pertes aérodynamiques en fonction du nombre de Reynolds isentropique de sortie

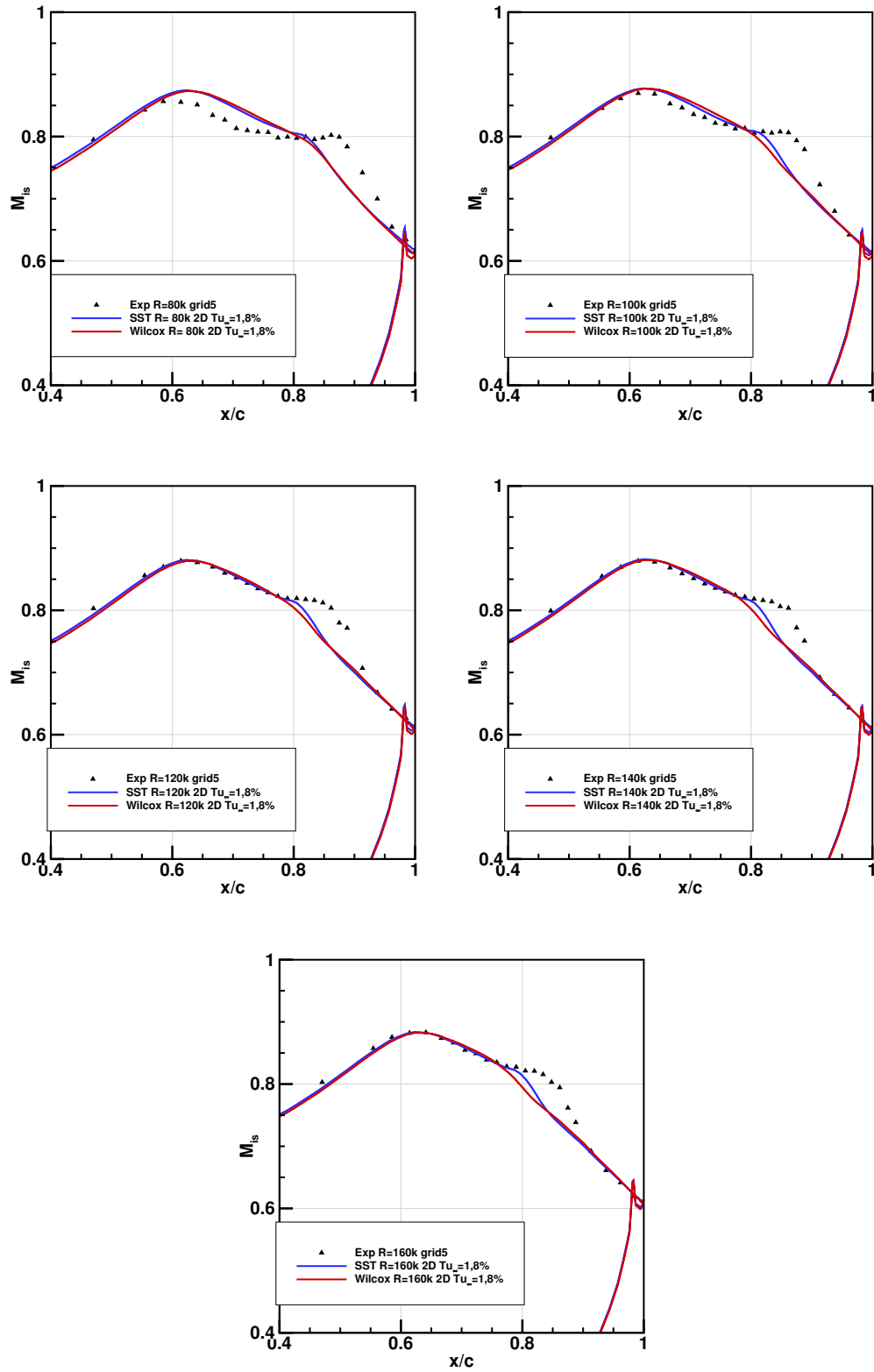


FIGURE 2.9 – T106C,  $Tu = 1,8 \%$  - Relevés de nombres de Mach isentropiques sur l'extrados pour différents nombres de Reynolds isentropiques de sortie.

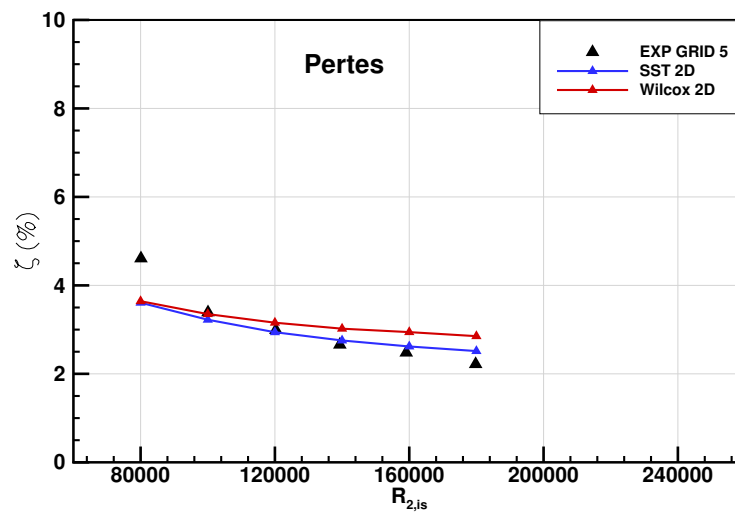


FIGURE 2.10 – T106C,  $Tu = 1,8 \%$  - Pertes aérodynamiques en fonction du nombre de Reynolds isentropique de sortie

## 2.3 Influence de l'envergure

Les essais T106C portent sur des écoulements globalement bidimensionnels (avec effet de bord) et les mesures sont effectuées dans le plan médian. Vu que nous nous apprêtons à effectuer un assez grand nombre de calculs, nous souhaitons vérifier que les calculs 2D sont capables de restituer l'écoulement médian. En effet, bien que les temps de calcul du cas 3D ne soient pas prohibitifs ( $\sim 24$  h sur 8 processeurs à 2,6 Ghz), les calculs 2D ( $\sim 2$  h en mono-processeur) permettent tout de même des gains de temps importants.

Nous avons ainsi réalisé des calculs sur le maillage utilisé par Benyahia (2012) contenant 130 points dans l'envergure et avec prise en compte des couches limites aux parois de la soufflerie. Il s'avère que les calculs 2D donnent des résultats très proches des résultats dans le plan à mi-envergure des calculs 3D. On voit sur la figure 2.11 que les relevés de nombre de Mach isentropique sont strictement identiques. La figure 2.12 met en évidence un léger écart sur les pertes uniquement à  $R_{2, is} = 80\,000$ .

Nous allons ainsi utiliser majoritairement des calculs 2D dans le cadre de nos travaux sur la grille d'aubes T106C.

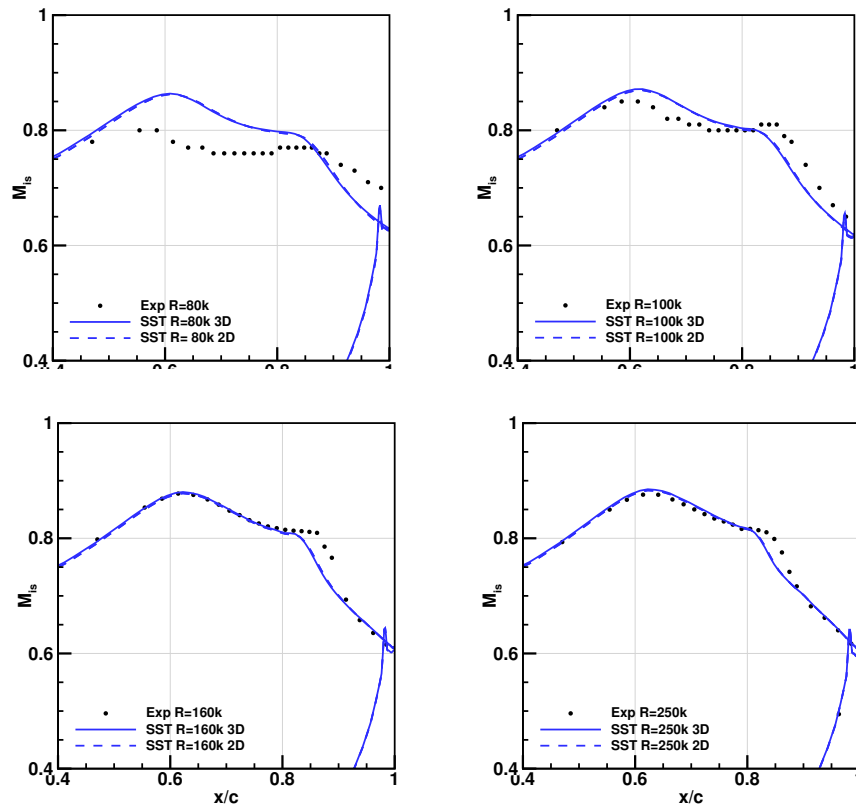


FIGURE 2.11 – T106C - Relevés de nombres de Mach isentropiques sur la partie aval de l'extrados pour différents nombres de Reynolds isentropiques de sortie. Comparaison 2D/3D.



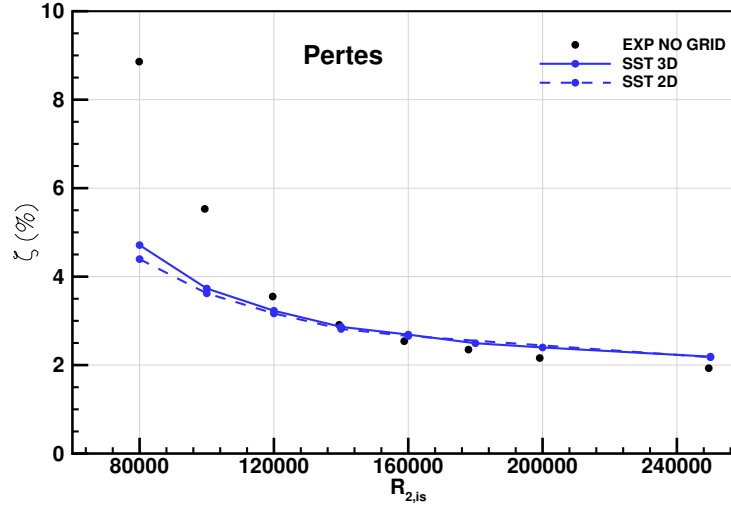


FIGURE 2.12 – T106C - Pertes en fonction du nombre de Reynolds isentropique de sortie

## 2.4 Évaluation de la méthode bas $\frac{\mu_t}{\mu}|_{in}$ de Benyahia et Babajee

Benyahia et Babajee se sont aperçus que l'on pouvait obtenir un meilleur accord avec l'expérience à bas nombre de Reynolds sur les cas T106C en baissant la valeur d'entrée de  $\frac{\mu_t}{\mu}$  (ce qui augmente la dissipation de turbulence dans l'ensemble du domaine de calcul). Dans ce paragraphe, nous évaluons ainsi deux types de mise en données pour les valeurs amont de  $\frac{\mu_t}{\mu}$ . Nous utilisons d'abord la méthode basée sur la loi S1 de Babajee (2013) présentée précédemment. Cette méthode permet d'avoir un état amont cohérent avec les mesures. Nous allons aussi évaluer la méthode  $\frac{\mu_t}{\mu}|_{in} = 0,1$  de Benyahia (2012) et Babajee (2013). Le tableau 2.4 résume, à titre de comparaison, les valeurs  $\frac{\mu_t}{\mu}|_{in}$  pour les cas basés sur la loi S1.

La figure 2.13 présente les relevés de nombres de Mach isentropiques le long de l'aube T106C pour différents nombres de Reynolds isentropiques de sortie. Nos calculs à  $\frac{\mu_t}{\mu}|_{in} = 0,1$  (courbes pointillées rouges) confirment les tendances observées par Benyahia et Babajee. À  $R_{2,is} = 80\,000$ , le bulbe est mieux représenté et surtout, la structure de bulbe ouvert est capturée (structure caractérisée par le fait que les relevés de nombres de Mach isentropiques ne redescendent pas à  $M_{is} = 0,65$  au bord de fuite). À  $R_{2,is} = 100\,000$ , le plateau de  $M_{is}$  est très bien représenté par la méthode à bas  $\frac{\mu_t}{\mu}$ , mais la structure du bulbe reste ouverte (alors que l'on devrait avoir un bulbe long). Il faut attendre  $R_{2,is} = 140\,000$  pour que cette méthode prenne en compte le recollement au bord de fuite. À ce stade, le décollement apparaît trop en amont et la dissipation de turbulence est telle que les pertes sont fortement sur estimées. Étonnamment, l'accord entre cette méthode et l'expérience à  $R_{2,is} = 250\,000$  est excellent du point de vue des relevés de nombres de Mach isentropiques.

La figure 2.15 compare la décroissance de la turbulence avant le bord d'attaque

$R_{2,\text{is}}$	$\frac{\mu_t}{\mu} \Big _{\text{in}} \text{ S1}$
80 000	6,7
100 000	8,5
120 000	10,2
140 000	11,9
160 000	13,6
250 000	21,4

TABLE 2.4 – Valeurs de  $\frac{\mu_t}{\mu}$  à l'entrée du domaine de calcul pour les calculs avec la mise en données « S1 »

pour les deux méthodes. On voit que dans le cas de la méthode à bas  $\frac{\mu_t}{\mu} \Big|_{\text{in}}$ , le taux de turbulence chute rapidement jusqu'à des valeurs très basses, fortement éloignées des mesures. Ceci implique un décalage du nombre de Reynolds de transition ( $R_{\theta_t}$ ) et donc de l'abscisse de transition.

Il semble que cette méthode permet de se rapprocher de l'expérience par compensation d'erreur, et n'est a priori pas prédictive. Il est ainsi nécessaire de trouver une méthode donnant de meilleurs résultats tout en respectant la loi de décroissance S1.

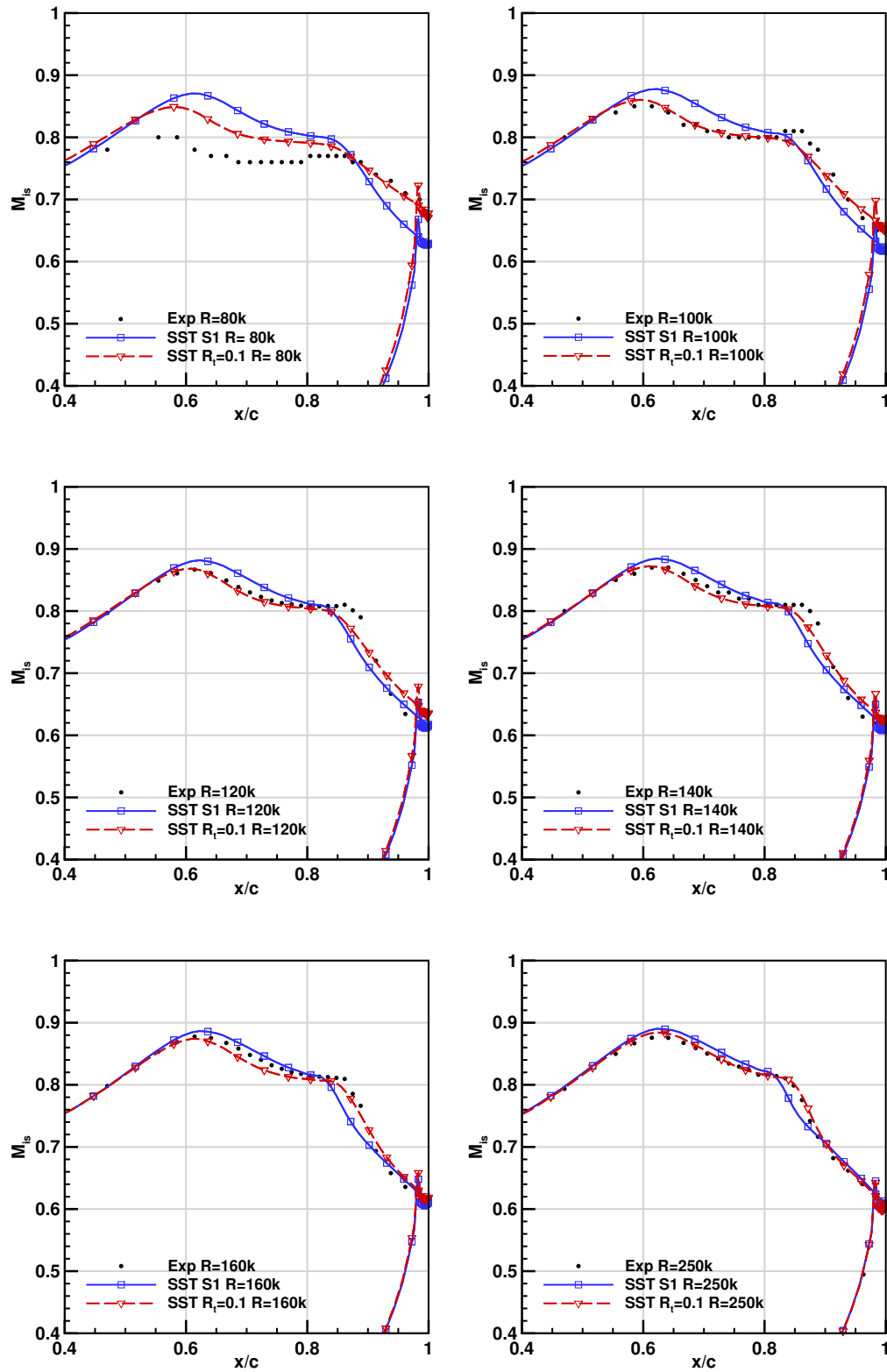


FIGURE 2.13 – T106C - Relevés de nombres de Mach isentropiques sur la partie aval de l'extrados pour différents nombres de Reynolds isentropiques. Comparaison entre la mise en données S1 et  $\frac{\mu_t}{\mu} \Big|_{in} = 0,1$ .

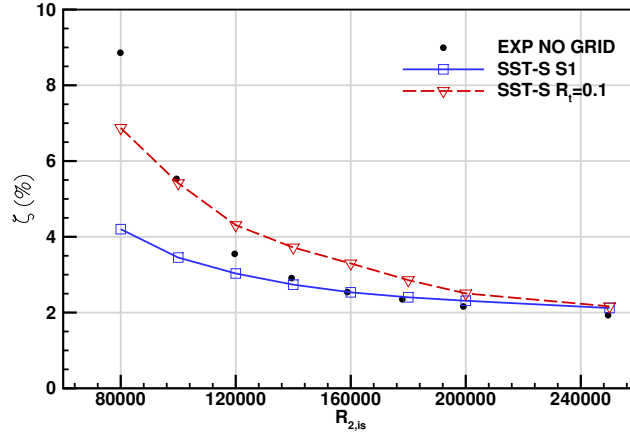


FIGURE 2.14 – T106C -  $Tu = 0,9$  %- Pertes en fonction du nombre de Reynolds isentropique de sortie. Comparaison entre la mise en données S1 et bas  $\frac{\mu_t}{\mu} \Big|_{in}$ .

## 2.5 Influence du limiteur sur la production de turbulence

Nous venons de voir que la dissipation de la turbulence joue un rôle important sur le développement du bulbe. Notre étude se poursuit ainsi par l'étude de l'influence de la clé `elsA k_prod_limiter`. En effet, cette clé limite la production d'énergie cinétique turbulente à  $n$  fois la dissipation,  $n$  étant la valeur spécifiée dans la clé :

$$P_k = \min(P_k; n \cdot D_k)$$

La valeur recommandée (manuel utilisateur `elsA`) est  $n = 10$ , valeur utilisée pour nos calculs jusqu'à maintenant. Nous avons testé différentes valeurs pour cette clé, afin de confirmer (ou infirmer) l'indépendance des résultats à cette clé arbitraire.

La figure 2.16 présente des résultats de calculs avec le modèle  $k-\omega-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$  Wilcox pour les valeurs de `k_prod_limiter` suivantes :  $n \in [5; 7; 10; 100; 10000]$ . Sur cette figure, l'influence de la clé est claire. Plus la valeur est grande, plus le bulbe est court. Une première interprétation de cette influence pourrait être la suivante : la limitation sur la production de turbulence retarde la transition et permet ainsi la formation d'un bulbe plus long. En fait, le limiteur sur la production de  $k$  n'agit pas sur la zone de transition mais sur la singularité de bord d'attaque. En effet, dans leur formulation de base, les modèles à equation de transport de  $k$  ont tendance à fortement sur-produire de la turbulence au niveau du point d'arrêt. Ceci est dû à l'activation du terme de production de  $k$  dans cette zone à fort cisaillement ( $P_k = \mu_t S^2$ ). Ainsi, le limiteur sur  $P_k$  diminue ce phénomène.

Le mécanisme d'influence du limiteur sur la transition est le suivant : plus la valeur de  $n$  est faible, plus les niveaux de  $k$  au bord d'attaque seront faibles. Ces différents niveaux de  $k$  sont ensuite advectés le long de l'aube et entraînent des différences de  $Tu$ . Ceci change le calcul du nombre de Reynolds de transition et entraîne des différences sur l'abscisse de transition.

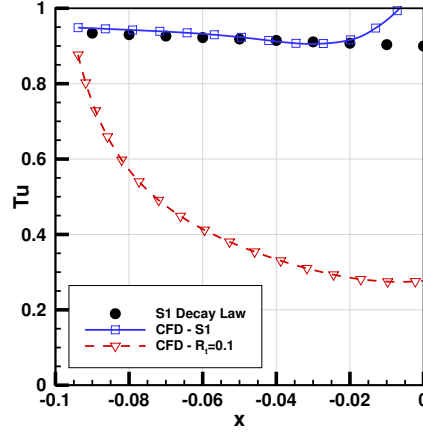


FIGURE 2.15 – Décroissance du taux de turbulence (en %) entre l'entrée du domaine et le bord d'attaque pour deux valeurs de  $\frac{\mu_t}{\mu} \Big|_{\text{in}}$ .

Au-delà de 100, la clé ne semble plus influencer la solution et on peut considérer que le limiteur n'est plus actif. Sans limiteur (valeur de  $n$  élevée), la qualité de la modélisation du bulbe est particulièrement mauvaise avec des transitions très en amont, dû au fort  $Tu$  local. La transition apparaît si en amont que ces calculs sont finalement assez similaires à des calculs en tout turbulent.

On voit sur la figure 2.17 que la clé `k_prod_limiter` a moins d'influence lorsqu'on utilise le modèle  $k\text{-}\omega$  SST de Menter. En effet, le limiteur SST permet de diminuer la singularité de bord d'attaque. On garde cependant une dépendance de la modélisation au limiteur et ce sans convergence de celle-ci. Ainsi, aucune valeur ne semble particulièrement pertinente.

La dépendance de la solution à la clé `elsA k_prod_limiter` n'est pas acceptable et ce limiteur ne doit pas être utilisé comme solution pour supprimer la singularité de bord d'attaque. Cependant, celle-ci doit tout de même être supprimée afin de retrouver des niveaux de  $Tu$  corrects autour de l'aube.

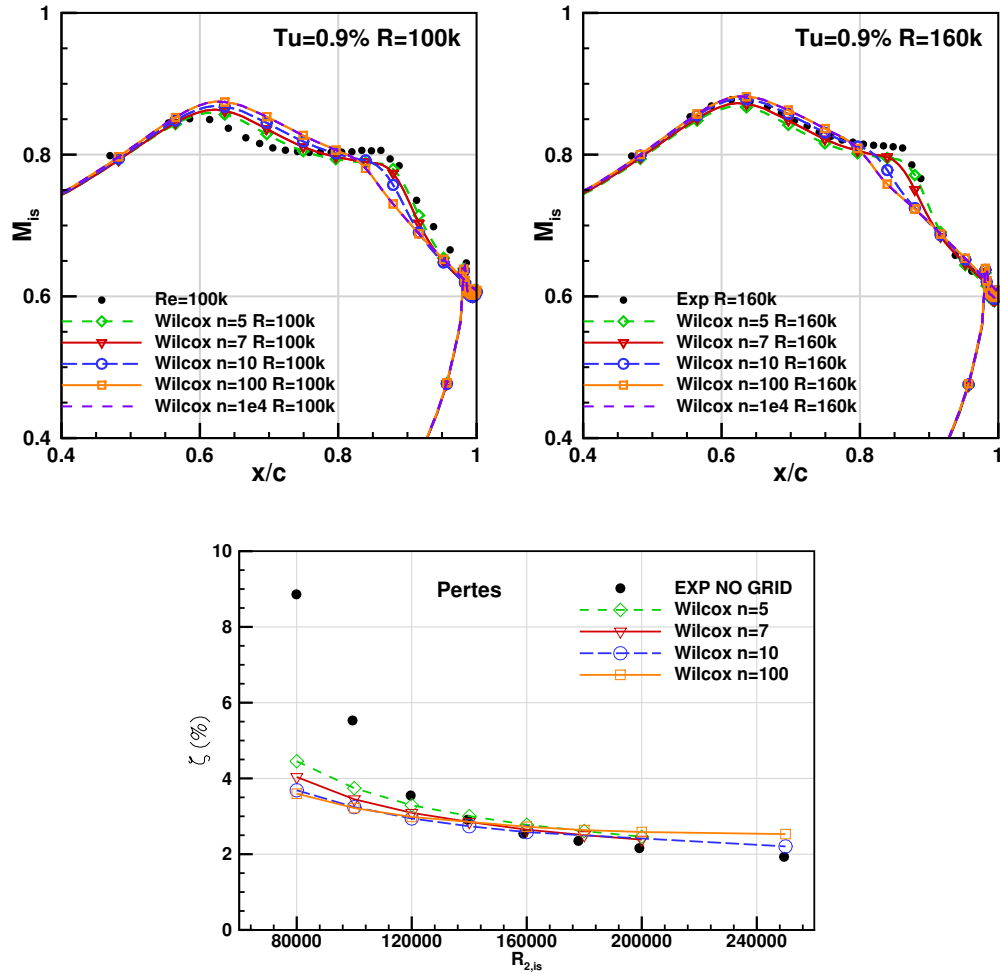


FIGURE 2.16 – T106C -  $Tu = 0,9 \%$  -  $k-\omega-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$  Wilcox - Relevés de nombre Mach isentropique sur l'extrados et pertes pour plusieurs nombres de Reynolds isentropiques de sortie et plusieurs valeurs de  $k\_prod\_limiter$ .

## 2.6 Suppression de la singularité de bord d'attaque

Afin de supprimer la singularité de bord d'attaque sans avoir recours à un limiteur, nous devons utiliser la formulation pour le terme de production d'énergie cinétique turbulente basée sur la vorticité :

$$P_k = \mu_t \Omega^2$$

Dans toute la suite, la formulation de  $P_k$  basée sur le cisaillement sera désignée « -S » et celle basée sur la vorticité « -V » (nomenclature NASA).

Étudions d'abord macroscopiquement l'effet de la formulation de  $P_k$ . Pour cela, nous allons analyser la figure 2.18, qui présente les iso-contours de  $Tu$  pour les deux formulations appliquées au  $k-\omega$  de Wilcox. Sur cette figure, nous avons superposé

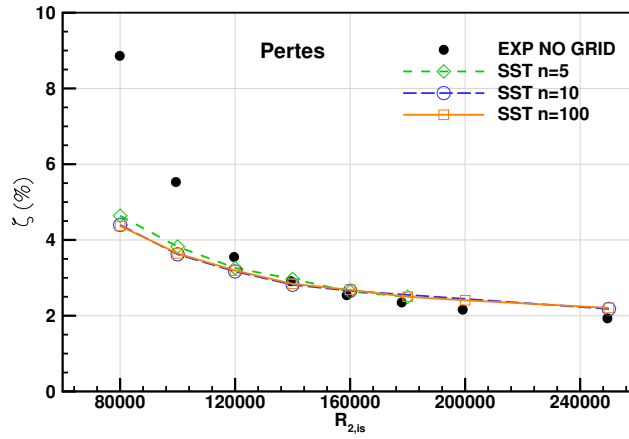


FIGURE 2.17 – T106C -  $Tu = 0,9\%$  -  $k\text{-}\omega\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  SST - Relevés de nombres Mach isentropique sur l'extrados et pertes pour plusieurs nombres de Reynolds isentropiques de sortie et plusieurs valeurs de  $k_{prod\_limiter}$ .

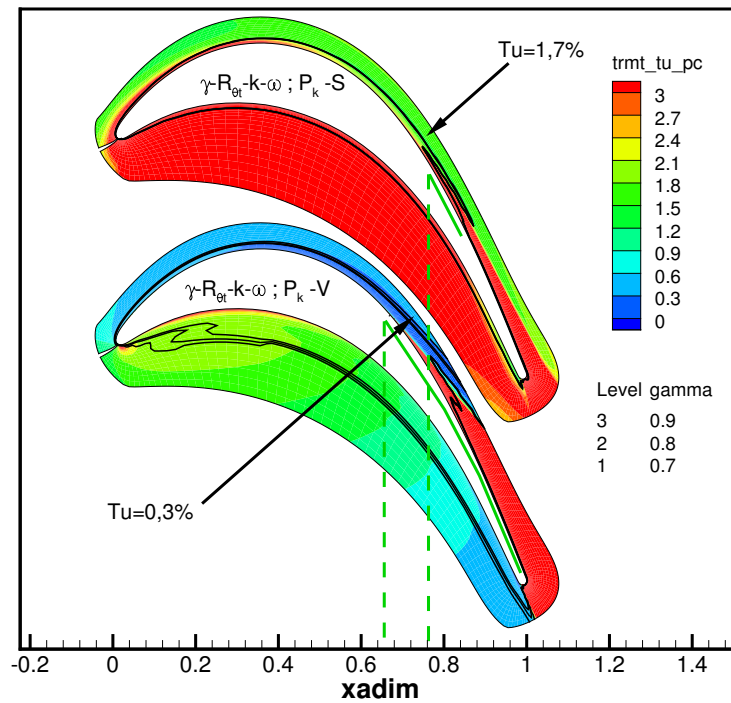


FIGURE 2.18 – T106C -  $Tu = 0,9\%$  - Iso-contour de  $Tu$  (couleurs) et de  $\gamma$  (lignes) à  $R_{2,is} = 100\,000$  pour deux formulations de  $P_k$  différentes. Les résultats des deux calculs sont superposés verticalement. Les lignes vertes pleines soulignent la zone décollée.

verticalement les résultats des deux calculs (à ne pas confondre avec deux aubes de la grille d'aubes). De plus, nous avons dessiné deux lignes pour mettre en évidence la zone décollée (lignes vertes pleines). Enfin, les lignes verticales pointillées permettent de comparer les abscisses de décollement. Les lignes  $\gamma \sim 1$  (iso-contours noirs) permettent de visualiser l'abscisse de déclenchement du modèle. Cette figure met en évidence les forts niveaux de  $Tu$  autour de l'aube lorsque la formulation -S est utilisée sans limiteur. Sur ce cas, on atteint des niveaux de l'ordre de 1,7 % (alors qu'on a injecté  $Tu = 0,95$  % à l'amont). Ceci entraîne une activation du modèle de transition juste avant le décollement, donnant un bulbe très court. En formulation -V, la singularité de bord d'attaque n'apparaît pas, ce qui nous permet de garder des niveaux de  $Tu$  cohérents. La transition apparaît plus tard et le bulbe est ainsi plus long.

Les résultats pour nos deux modèles de turbulence en formulation -V sont présentés en figure 2.19 et 2.20. Ces résultats sont très encourageants.

De façon générale, les résultats donnés par ces modèles sont relativement satisfaisants. En particulier, l'abscisse de décollement (caractérisée par le début du plateau de nombres de Mach isentropiques) est bien mieux capturée et la transition apparaît plus en aval.

Nous pouvons identifier deux types d'erreurs. Premièrement, le plateau de nombres de Mach isentropiques correspondant à la partie laminaire du bulbe est sous-estimé en ordonnée, notamment avec le modèle  $k-\omega$  de Wilcox. Nous verrons plus loin que ceci peut être corrigé à l'aide de la pression statique de sortie.

Cependant, nous constatons tout de même des erreurs liées pleinement à la modélisation de la transition et de la turbulence. À  $R_{2, \text{is}} = 80\,000$  la structure du bulbe n'est pas correctement capturée, avec notamment une recompression qui ne se fait pas selon la bonne pente. Comme il s'agit d'un bulbe ouvert, ceci entraîne d'importants écarts sur les pertes aérodynamiques. À  $R_{2, \text{is}} = 100\,000$ , le bulbe est mieux capturé, notamment sur la partie la plus aval. On note d'ailleurs un assez bon accord des calculs avec les essais sur les pertes pour ce point, montrant que la modélisation de la zone aval du bulbe est primordiale pour les pertes.

Au-delà de  $R_{2, \text{is}} = 100\,000$ , l'écart entre les deux modèles  $k-\omega-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$  SST Menter et  $k-\omega-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$  Wilcox se creuse. En effet, le modèle  $k-\omega-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$  Wilcox transitionne légèrement plus tard donnant des bulbes trop longs. Ceci entraîne ainsi une surestimation des pertes. Le modèle  $k-\omega-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$  SST Menter capture, lui, moins bien la pente de recompression entraînant finalement aussi des longueurs de bulbe légèrement surestimées.

Ainsi, grâce à la formulation de  $P_k$  basée sur la vorticité plutôt que le cisaillement, nous obtenons un comportement des modèles  $k-\omega-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$  relativement satisfaisants. Par ailleurs, avec cette nouvelle formulation, nos résultats sont bien indépendants du limiteur sur  $P_k$ . Ceci peut être observé sur la figure 2.21.

Des écarts entre les calculs et les essais persistent et nous serons amenés à modifier le modèle de transition afin de réduire ces écarts. Nous continuons cependant au préalable notre validation du cadre numérique par la vérification de la convergence en maillage.



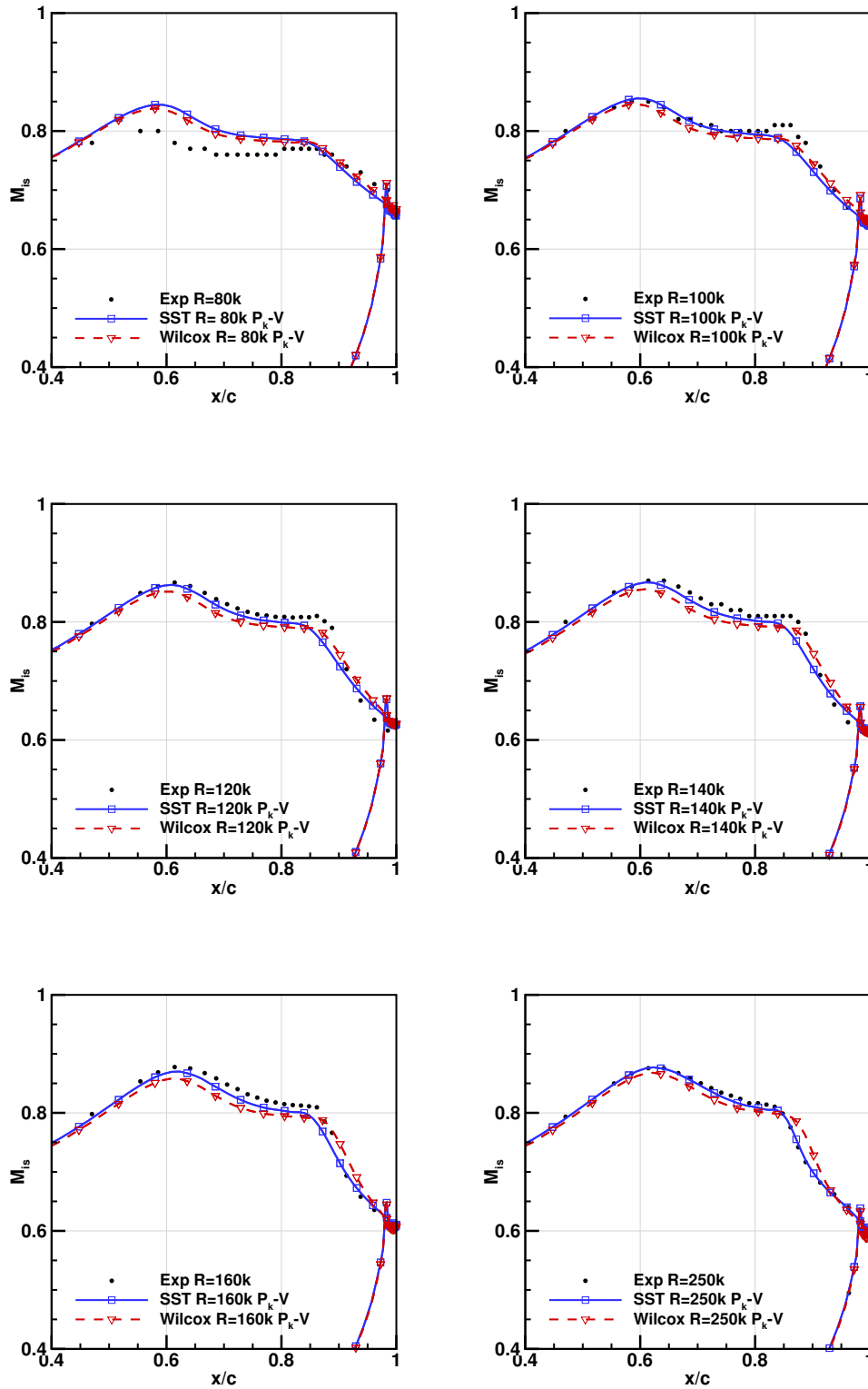


FIGURE 2.19 – T106C -  $Tu = 0,9 \%$ - Relevés de nombres de Mach isentropiques sur la partie aval de l'extrados pour différents nombres de Reynolds isentropiques de sortie et avec la formulation  $P_k = \mu_t \Omega^2$ .

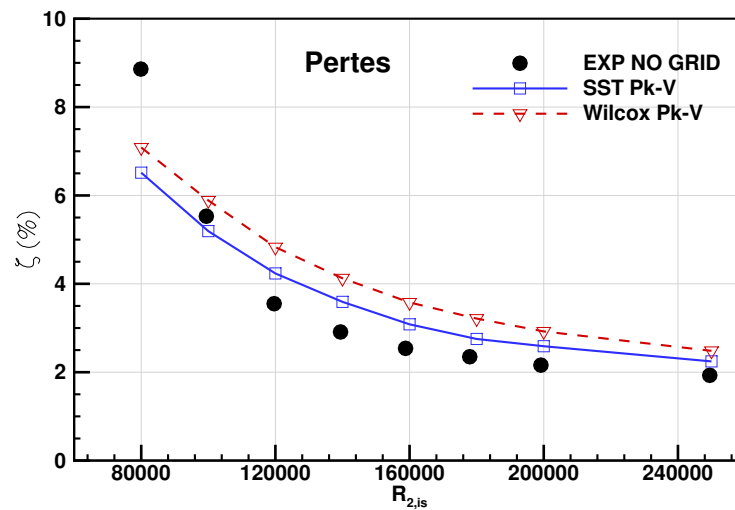


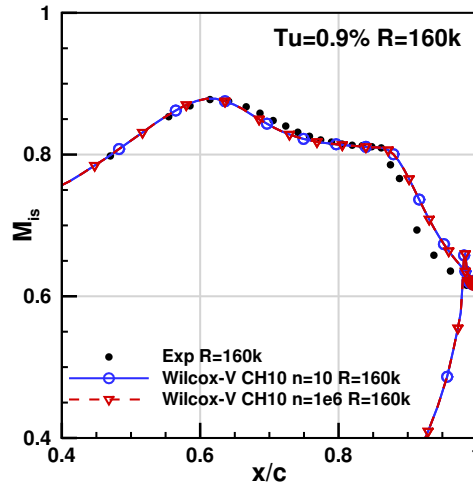
FIGURE 2.20 – T106C - Pertes en fonction du nombre de Reynolds isentropique de sortie avec la formulation  $P_k = \mu_t \Omega^2$ .

## 2.7 Raffinement du maillage

Des calculs sur maillages plus ou moins fins ont été réalisés dans le but d'identifier la sensibilité des distributions de nombres de Mach isentropiques au maillage. Afin d'éviter une reconstruction complète du maillage, seul le bloc autour de l'aube a été modifié. Le raccord entre le nouveau bloc et le reste du maillage a été effectué à l'aide des méthodes no-match (voir figure 2.22). Les caractéristiques des maillages sont présentées dans le tableau 2.5 et les résultats en figure 2.23. Nous avons testé différents niveaux de raffinement, et dans différentes directions. Ainsi, la désignation « x4x2 » désigne un maillage 4 fois plus fin le long de la corde et 2 fois plus fin dans la direction normale à la paroi.

Notons que des problèmes de convergence apparaissent sur maillage fin en pas de temps local et qu'un pas de temps global (GTS) doit être utilisé.

Le raffinement ne révèle pas de gains notables et nous parvenons seulement à dégrader la solution en relâchant le maillage (cas « /2/2 » par exemple, qui compte un nombre de points divisé par deux dans les deux directions). Ceci confirme la convergence en maillage ; le maillage de base sera donc conservé.



(a)

FIGURE 2.21 – T106C -  $Tu = 0,9 \%$  - Indépendance à la valeur de  $n$  de  $P_k$  en formulation -V - relevés de nombres de Mach isentropiques à  $R_{2, is} = 160\,000$ .

	N	$i_{max}$	$j_{max}$	$Nj_{BL} _{x_{sep}}$
/2/2	2 163	103	21	14
/1.5/1.5	4 774	154	31	21
Ref	8 364	205	41	28
x1x1.5	12 505	205	61	45
x4x1	33 491	817	41	28
x4x2	66 177	817	81	55

TABLE 2.5 – Description du maillage en O autour de la pale pour différents niveaux de raffinement.  $j$  est la direction normale à la paroi.

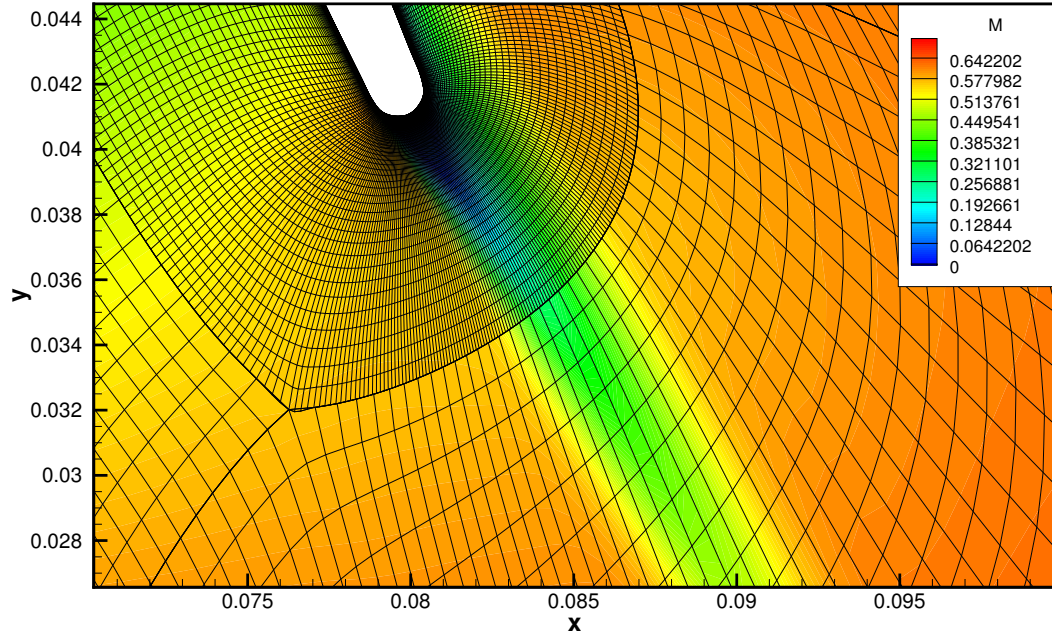
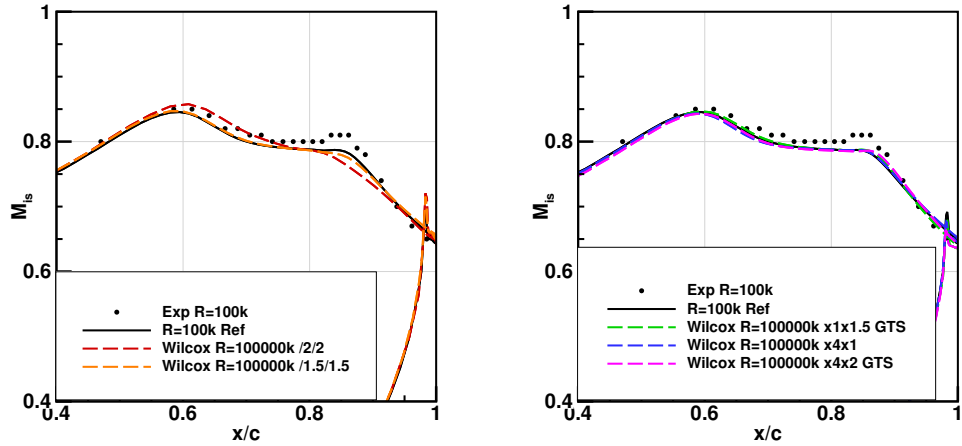


FIGURE 2.22 – T106C - Champs de nombre de Mach à  $R_{2, is} = 250\,000$  en aval de l'aube maillée le plus finement (x4x2). Mise en évidence du raccord no-match.



(a) comparaison aux maillages plus lâches (b) comparaison aux maillages plus fins

FIGURE 2.23 – T106C - Relevés de nombres de Mach isentropiques sur l'extrados à  $R_{2, is} = 100\,000$  sur différents maillages. Les tendances sont similaires aux autres nombres de Reynolds.

## 2.8 Retour sur la méthode bas $R_T$

Maintenant que nous avons des résultats relativement satisfaisants avec la mise en données « S1 » grâce à la nouvelle formulation pour  $P_k$ , nous avons souhaité réévaluer la méthode bas  $R_T$  que Benyahia (2012) et Babajee (2013) proposent pour certains cas de calcul. Leur méthode permet de dissiper l'excès de turbulence au point d'arrêt et ainsi d'éviter la persistance de taux de turbulence trop importants. On rappelle qu'avec la loi S1, les valeurs de  $\frac{\mu_t}{\mu}\Big|_{in}$  sont comprises entre 6 et 21. Les figures 2.24 et 2.25 présentent ces résultats, avec la mise en données S1 comme référence (tous les calculs ont été effectués avec  $P_k = \mu_t \Omega^2$ , seule la valeur de  $\frac{\mu_t}{\mu}\Big|_{in}$  change).

Avec des  $\frac{\mu_t}{\mu}\Big|_{in}$  plus faibles, les bulbes sont plus longs. Ces bulbes sont ouverts jusqu'à  $R_{2,is} = 140\,000$ , au lieu de  $R_{2,is} = 80\,000$  et  $R_{2,is} = 100\,000$  uniquement. Avec cette méthode, le  $Tu$  chute fortement avant le bord d'attaque sous l'effet de la forte dissipation turbulente, entraînant des nombres de Reynolds de transition trop forts. Ces résultats confirment la légitimité de la méthode basée sur la loi de décroissance S1 et elle est ainsi adoptée pour la suite.

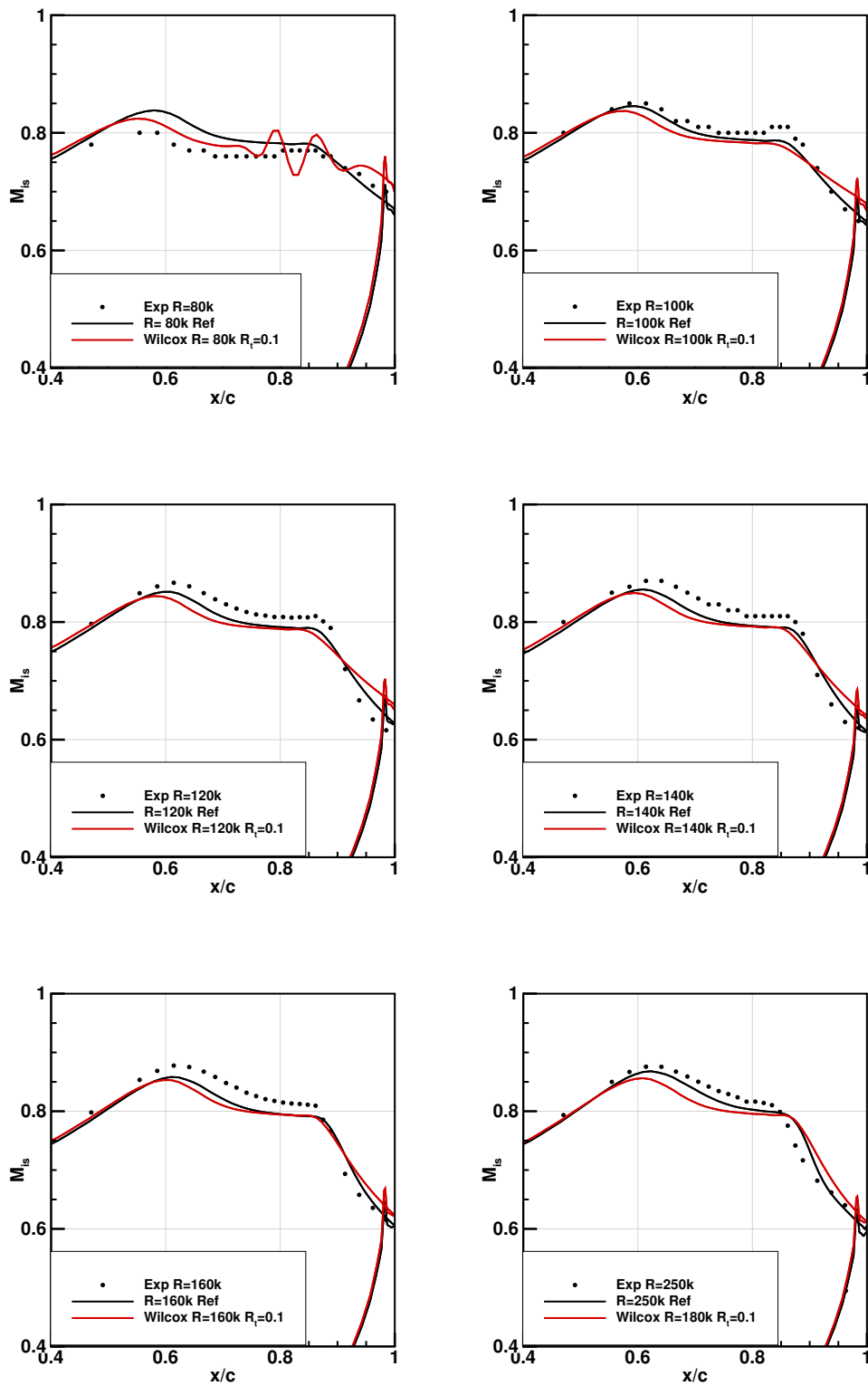


FIGURE 2.24 – T106C - Relevés de nombres de Mach isentropiques sur l'extrados pour différents nombres de Reynolds isentropiques de sortie, comparaison entre la mise en données S1 et la méthode bas  $R_T$

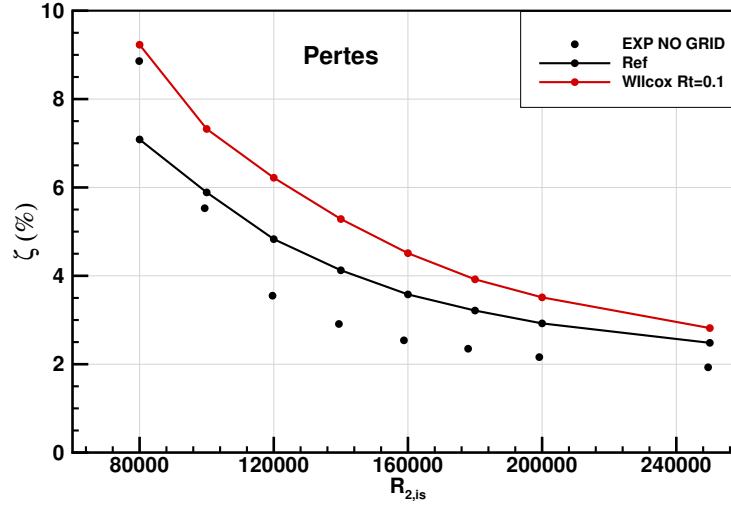


FIGURE 2.25 – T106C - Pertes en fonction du nombre de Reynolds isentropique, comparaison entre la mise en données S1 et la méthode bas  $R_T$ .

## 2.9 Influence de la pression statique de sortie et de l'incidence

Dans notre mise en données pour la CFD, nous ne représentons pas exactement la configuration expérimentale. En particulier, le passage d'une grille d'aube à une aube unique avec périodicité peut légèrement modifier la notion d'incidence et une erreur de modélisation des pertes aérodynamiques peut demander une recalibration du nombre de Mach isentropique de sortie  $M_{2, is}$ . Nous avons ainsi testé différentes incidences et différentes valeurs de  $M_{2, is}$ . Le tableau 2.6 présente les différents couples testés. On rappelle les valeurs expérimentales :

$$\alpha = 32,7^\circ; M_{2, is} = 0,65$$

Pour référence, Benyahia (2012) utilisait ( $\alpha = 35^\circ; M_{2, is} = 0,645$ ).

Cette étude représentant environ 200 calculs, seule une partie des résultats est présentée sur les figures 2.26 et 2.27. On note que l'incidence joue sur la zone en amont du pic de sur-vitesse et que la valeur de  $M_{2, is}$  permet un décalage vertical de la courbe entre le pic de sur-vitesse et le BF (avec peu d'influence sur la forme). Après étude de l'ensemble des résultats le couple choisi est le suivant :

$$(\alpha = 35^\circ; M_{2, is} = 0,66)$$

Les résultats pour ce couple sont présentés en figure 2.28. Sur ces calculs, le bulbe est particulièrement bien représenté (mis à part à  $R_{2, is} = 80\,000$ ). Le décollement et les plateaux de  $M_{is}$  sont bien capturés. L'écart constaté juste en aval du bulbe laisse penser à une transition trop tardive ou trop lente, d'où l'intérêt de faire évoluer le modèle de transition.

$M_{2,is} \setminus \alpha$	$30^\circ$	$32^\circ$	$33^\circ$	$34^\circ$	$35^\circ$	$36^\circ$	$37^\circ$
0,60					×		
0,62					×		
0,63					×		
0,64				×	×	×	
0,645	×	×	×	×	⊗	×	×
0,65					×		
0,655				×	×	×	
0,66				×	⊗	×	
0,665				×	×	×	
0,67					×		
0,69					×		

TABLE 2.6 – Matrice des couples  $(M_{2,is}; \alpha)$  testés

À titre indicatif, une variation de 0,01 sur la valeur de  $M_{2,is}$  correspond à un écart d'environ 150 Pa sur la pression statique de sortie. Notons aussi ici que l'incertitude de mesure sur cette grandeur est  $\delta M_{2,is} = 0,005$  (Michálek *et al.*, 2008).

Terminons ce paragraphe en notant que la transition de la couche limite influence très peu la répartition de pression en amont du pic de sur-vitesse. Ainsi, notre choix d'incidence restera a priori figé. Cependant, la transition influençant fortement la forme du bulbe et donc la répartition de pression en aval de pic de sur-vitesse, nous serons amené à recalibrer la valeur de  $M_{2,is}$  au fur et à mesure que le modèle de transition évolue. En particulier, pour la recalibration du modèle de transition présentée dans le chapitre suivant, nous utiliserons la valeur expérimentale  $M_{2,is} = 0,65$ .



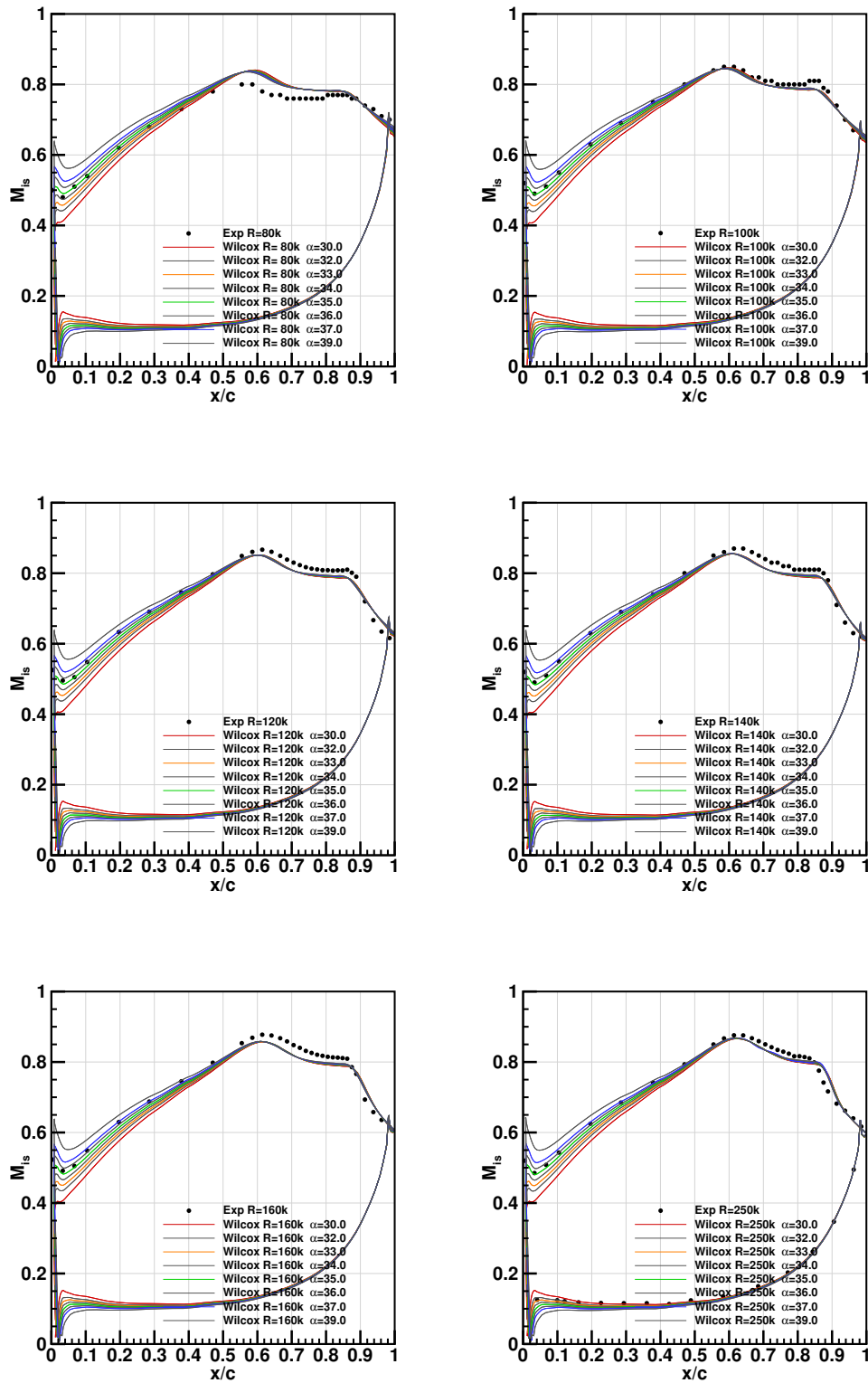


FIGURE 2.26 – T106C - Relevés de nombres de Mach isentropiques sur l'extrados pour différents angles d'incidence à  $M_{2,is} = 0,645$ . Les tendances sont similaires aux autres nombres de Mach isentropiques de sortie.

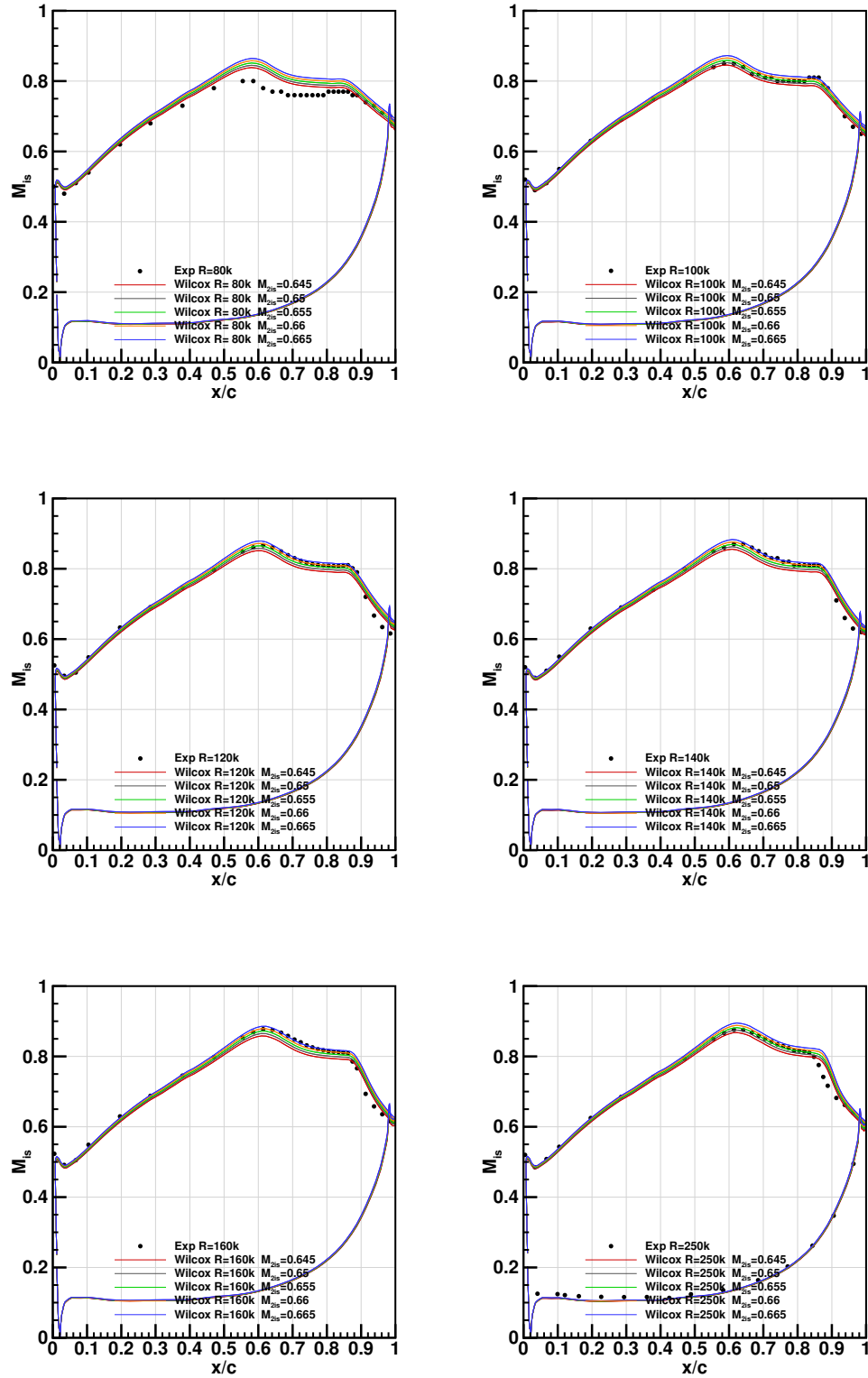


FIGURE 2.27 – T106C - Relevés de nombres de Mach isentropiques sur l'extrados pour différents nombres de Mach isentropiques de sortie à  $\alpha = 35^\circ$ . Les tendances sont similaires aux autres incidences.

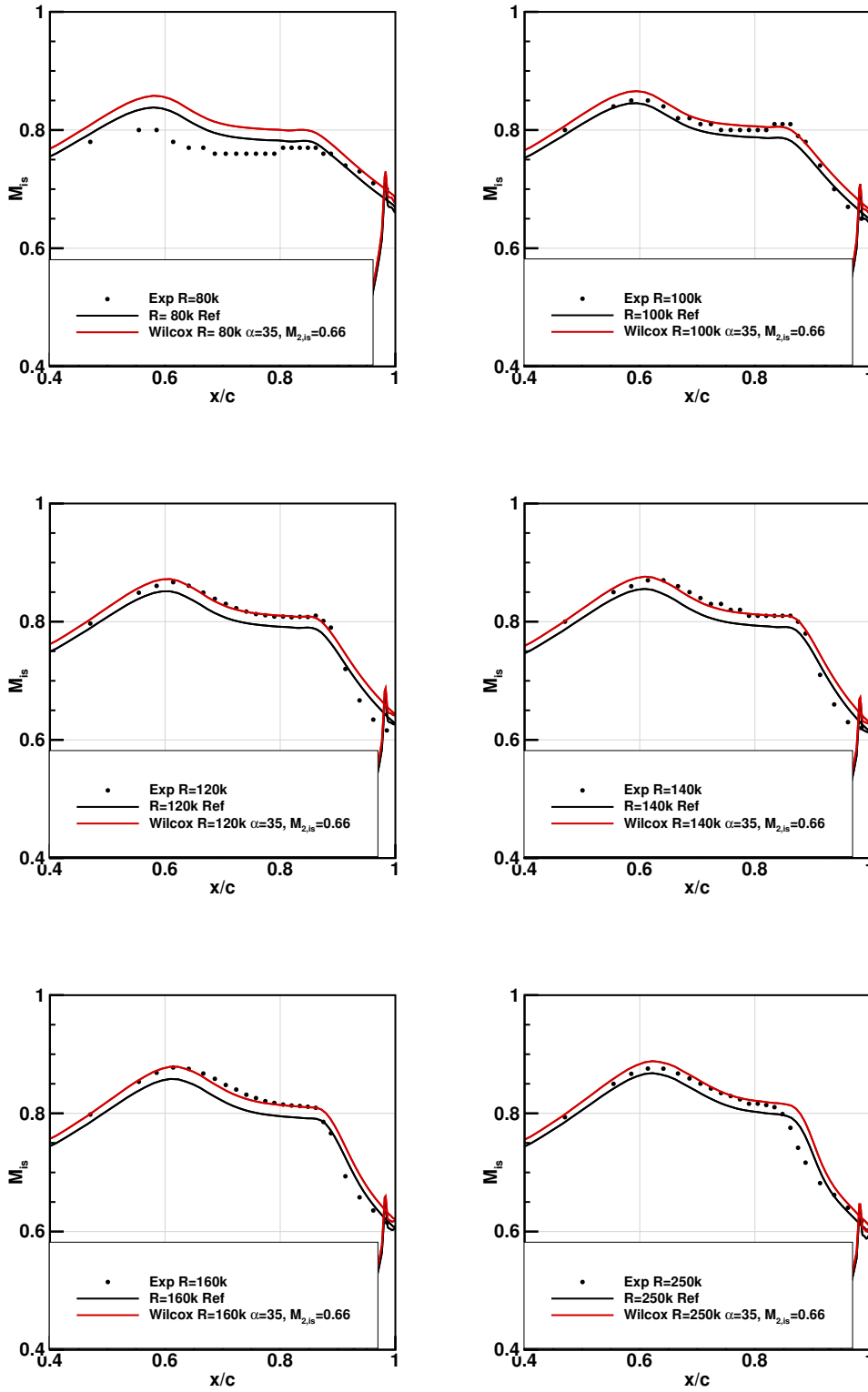


FIGURE 2.28 – T106C - Relevés de nombres de Mach isentropiques sur l'extrados pour le couple ( $\alpha = 35^\circ$ ;  $M_{2,is} = 0,66$ ) identifié comme le plus pertinent.

## 2.10 Utilisation des corrélations d'Abu-Ghannam et Shaw et de Mayle

Dans les sections précédentes, nous nous sommes focalisés sur les erreurs d'origine numérique. Malgré les améliorations apportées, il reste des écarts avec les essais. Nous allons maintenant regarder si les calculs peuvent être améliorés grâce à des évolutions de notre méthode de modélisation.

Dans le cadre de la construction du modèle  $\gamma\overline{R_{\theta_t}}$ , Langtry (2006) a développé une nouvelle corrélation donnant le nombre de Reynolds de transition. Il n'apporte que peu de justifications quant à cette corrélation, se contentant d'affirmer qu'elle était similaire à celle d'Abu-Ghannam et Shaw, mais améliorée pour des cas de transition naturelle. Afin de connaître l'influence de la corrélation donnant le nombre de Reynolds de transition au sein du modèle  $\gamma\overline{R_{\theta_t}}$ , nous y avons ajouté deux corrélations de référence en turbomachine, les corrélations d'Abu-Ghannam et Shaw (1980) et de Mayle (1991). Nous rappelons les trois corrélations en question<sup>3</sup> :

**Langtry (2006) :**

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{\theta_t} = \left( 1173,51 - 589,428 Tu + \frac{0,2196}{Tu^2} \right) F(\lambda_\theta) \quad \text{si } Tu \leq 1,3 \\ R_{\theta_t} = 331,5 (Tu - 0,5658)^{-0,671} F(\lambda_\theta) \quad \text{si } Tu > 1,3 \\ F(\lambda_\theta) = 1 - (-12,986\lambda_\theta - 123,66\lambda_\theta^2 - 405,689\lambda_\theta^3) \exp\left(-\left[\frac{Tu}{1,5}\right]^{1,5}\right) \quad \text{si } \lambda_\theta \leq 0 \\ F(\lambda_\theta) = 1 + 0,275 [1 - \exp(-35,0\lambda_\theta)] \exp\left(\frac{-Tu}{0,5}\right) \quad \text{si } \lambda_\theta > 0 \end{array} \right. \quad (2.3)$$

**Abu-Ghannam et Shaw (1980) :**

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{\theta_t} = 163 + \exp\left(F(\lambda_\theta) - \frac{Tu}{6,91} F(\lambda_\theta)\right) \\ F(\lambda_\theta) = 6,91 + 12,75\lambda_\theta + 63,64\lambda_\theta^2 \quad \text{si } \lambda_\theta \leq 0 \\ F(\lambda_\theta) = 6,91 + 2,48\lambda_\theta - 12,27\lambda_\theta^2 \quad \text{si } \lambda_\theta > 0 \end{array} \right. \quad (2.4)$$

**Mayle (1991) :**

$$R_{\theta_t} = 400 (Tu)^{-\frac{5}{8}} \quad (2.5)$$

La figure 2.29 présente ces trois corrélations pour trois taux de turbulence différents (0,3 %, 1 % et 3 %). Nous voyons que, dans la zone qui correspond au cas T106C ( $\lambda_\theta < 0$ ), les trois corrélations donnent des valeurs de  $R_{\theta_t}$  d'autant plus différentes que le taux de turbulence est faible.

3. En soit, les corrélations d'Abu-Ghannam et Shaw et de Mayle ne sont pas nouvelles. Cependant, leur utilisation au sein du modèle  $\gamma\overline{R_{\theta_t}}$  demande une petite intervention de développement numérique. Ces développements sont disponibles dans esLA à partir de la version V3.6.01 (avril 2015).

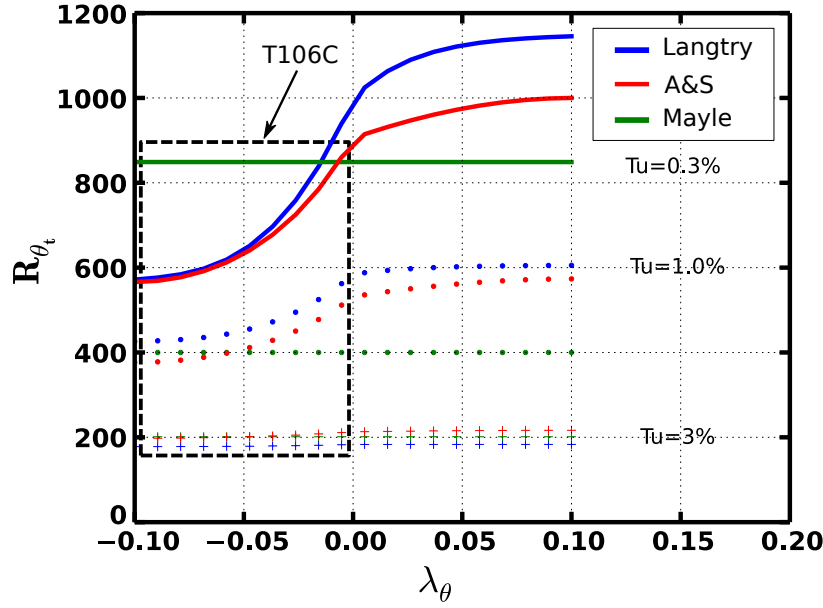


FIGURE 2.29 – Corrélations de Langtry (2006), Mayle (1991) et Abu-Ghannam et Shaw (1980) donnant le nombre de Reynolds de transition en fonction du gradient de pression pour trois taux de turbulence différents.

La figure A.1 présente les résultats obtenus avec le modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  en utilisant les trois corrélations pour  $R_{\theta_t}$  données plus haut. Il s'avère que le choix de la corrélation influence assez peu la modélisation, ce qui est finalement rassurant. Sur les cas de bulbes ouverts et longs, les écarts sur la forme des bulbes sont faibles. Cependant, ils restent notables sur les pertes vu la sensibilité de cette grandeur pour des bulbes ouverts et longs. À  $Tu = 1,8 \%$ , la corrélation de Mayle sous-estime légèrement la taille des bulbes.

Notons cependant que, comme elle n'est pas fonction du gradient de pression, la valeur pour  $R_{\theta_t}$  donnée par la corrélation de Mayle évolue peu le long de la corde (contrairement aux deux autres qui chutent fortement après le pic de sur-vitesse). Ceci a pour effet de donner des champs de  $\overline{R_{\theta_t}}$  dans la couche limite plus uniformes ce qui pourrait faciliter certains développements sur le modèle (on rappelle que  $\overline{R_{\theta_t}}$  est en retard sur  $R_{\theta_t}$  à cause du temps d'advection-diffusion de l'information).

L'impact du choix de la corrélation pour  $R_{\theta_t}$  est relativement faible et surtout aucune des trois corrélations ne se démarque particulièrement. Nous continuerons ainsi à utiliser la corrélation de Langtry.

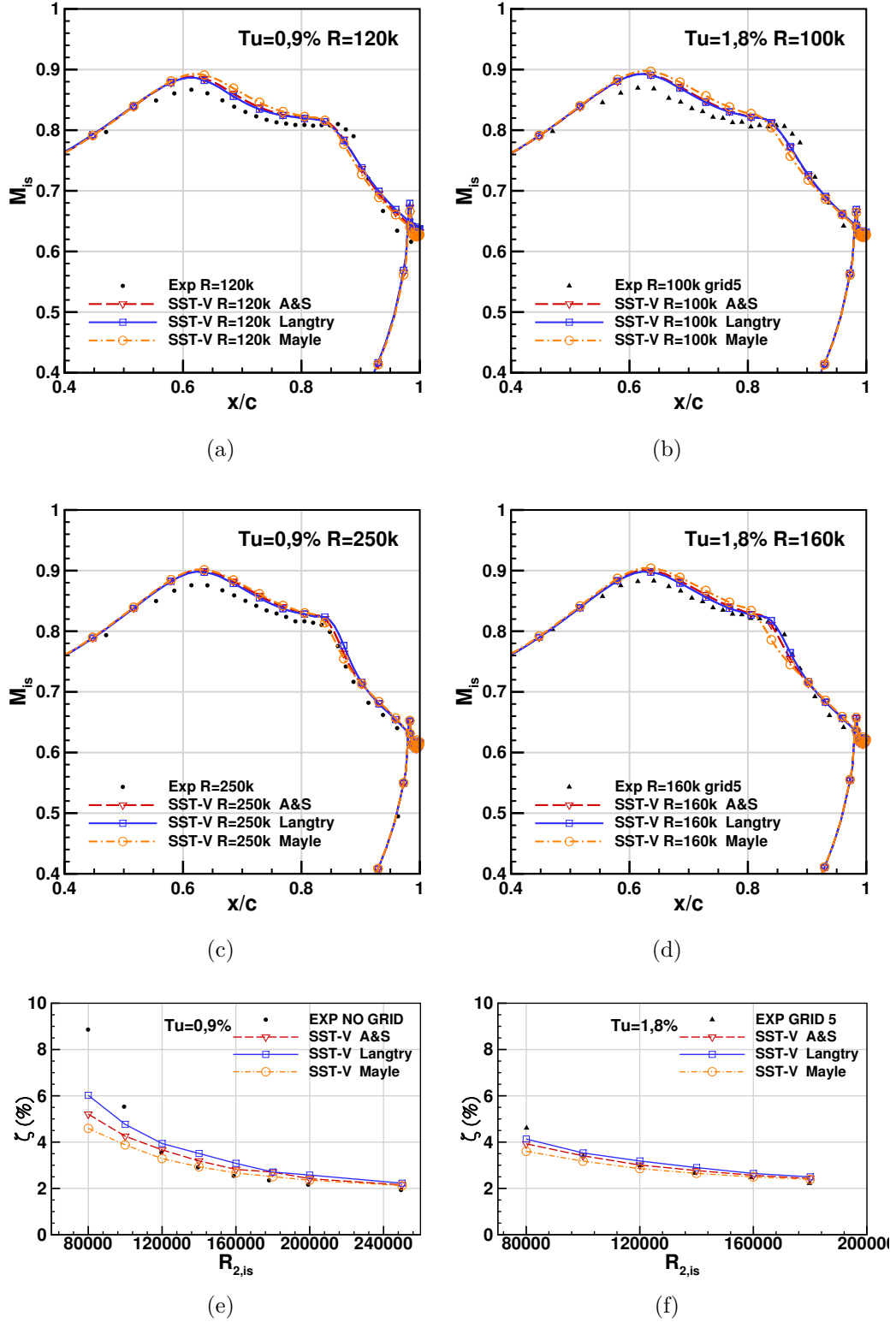


FIGURE 2.30 – T106C -  $Tu = 0,9\%$  (gauche) et  $Tu = 1,8\%$  (droite) - Utilisation de trois corrélations pour  $R_{\theta_t}$ . Ensemble des résultats en annexe A.1

## 2.11 Utilisation des corrélations de Menter et Langtry pour $F_{\text{length}}$ et $R_{\theta_c}$

Le modèle de transition  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  repose sur trois fonctions de corrélation : celle qui donne  $R_{\theta_t}$ , dont nous avons discuté dans la section précédente, et la paire de fonctions  $F_{\text{length}}$  et  $R_{\theta_c}$ , dont il est question maintenant. Jusqu'ici, nous utilisons les fonctions de Content et Houdeville (2010) (désignées par la suite par CH10). Nous allons maintenant tester les fonctions de Langtry et Menter (2009) (désignées LM09), qui n'ont été publiées que trois ans après le papier initial de ces auteurs. Notons que les fonctions de Content sont données avec une constante de diffusion  $\sigma_{\theta_t} = 10$ , celles de Langtry avec  $\sigma_{\theta_t} = 2$ .

Les différences entre les résultats donnés par les corrélations de Content et Houdeville (CH10) et celle de Langtry et Menter (LM09) peuvent être observées sur la figure 2.32. À faible nombre de Reynolds, les différences sont marquées, alors que les résultats sont quasiment identiques pour les cas de bulbes courts ( $R_{2,\text{is}} \in [140\,000; 250\,000]$  à  $Tu = 0,9\%$  et  $R_{2,\text{is}} \in [100\,000; 180\,000]$  à  $Tu = 1,8\%$ ). Aux plus faibles nombres de Reynolds, le plateau de nombres de Mach isentropiques est mieux capturé en utilisant les corrélations CH10, alors que la recompression est mieux prise en compte en utilisant les corrélations LM09. Sur ces cas, le modèle LM09 a un léger avantage en terme de précision, car les pertes (figures 2.32(e) et (f)) sont mieux prévues à  $R_{2,\text{is}} = 120\,000$  et  $R_{2,\text{is}} = 140\,000$  tout en capturant bien la structure ouverte des bulbes à  $R_{2,\text{is}} = 80\,000$  et  $R_{2,\text{is}} = 100\,000$ . Cependant, le modèle CH10 a un avantage en tendance, car la rupture de pente des pertes est plus marquée.

Une étude détaillée de ces calculs révèle que, bien qu'il donne des résultats similaires, les deux modèles ne se comportent pas de la même façon. La différence fondamentale entre ces deux modèles est que, dans le cas du LM09, la constante de diffusion pour  $\overline{R_{\theta_t}}$  a été baissée de 10 à 2, pour, selon les auteurs, mieux prendre en compte l'effet d'histoire de la couche limite. Content et Houdeville ont choisi de garder  $\sigma_{\theta_t} = 10$  afin de corriger le plus en amont possible l'erreur faite au bord

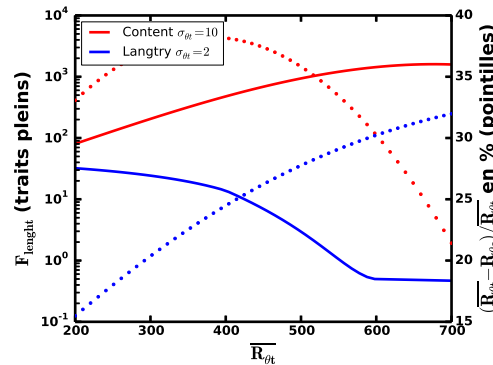
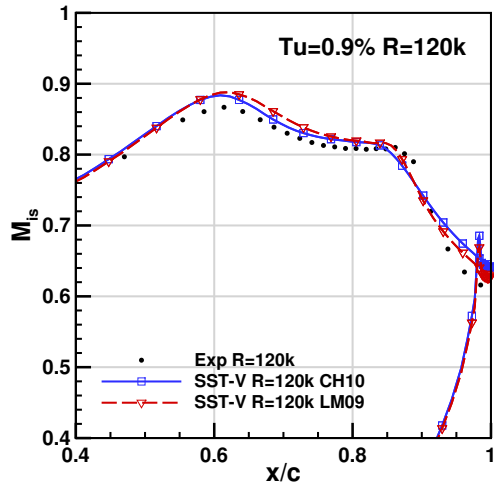


FIGURE 2.31 – Comparaison des corrélations de Langtry et Content sur la plage de nombre de Reynolds de transition correspondant à la T106C

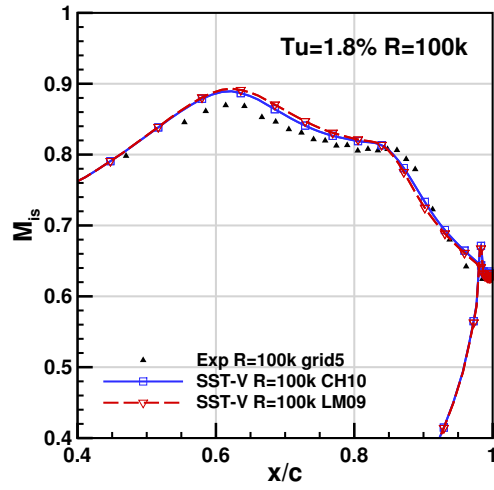
d'attaque liée à l'établissement de la couche limite. De ce fait, sur la T106C, le gradient de pression favorable jusqu'au pic de sur-vitesse a moins d'effet en formulation LM09, donnant des valeurs de  $\overline{R_{\theta_t}}$  plus faibles (d'environ 20 %). Le critère de transition est ainsi validé plus en amont, par rapport au modèle CH10. Cependant, vu que  $F_{\text{length}}$  prend des valeurs beaucoup plus faibles, la validation du premier critère de transition (eq. (1.56)) n'entraîne pas, sur le cas T106C, de production de turbulence,  $P_\gamma$  (eq. (1.54)) restant petit. En fait, le modèle LM09 se repose entièrement sur la partie  $\gamma_{\text{sep}}$  du modèle, dont l'activation se fait après la validation du deuxième critère de transition (eq. (3.1)). Sur la T106C, le modèle CH10 utilise  $\gamma$  et  $\gamma_{\text{sep}}$  pour déclencher la transition.  $\gamma$  commence à croître quand le premier critère est validé (plus ou moins à la même abscisse où  $\gamma_{\text{sep}}$  s'active en LM09) puis,  $\gamma_{\text{sep}}$  s'active afin de modéliser l'importante production de turbulence dans la couche de cisaillement.

Ceci montre bien à la fois l'avantage et l'inconvénient des modèles construits par calibration. Vu la différence de comportement des modèles LM09 et CH10, il paraît peu probable qu'ils simulent physiquement la façon dont l'information externe pénètre dans la couche limite ni comment cette dernière y réagit (c'est-à-dire le vrai phénomène de croissance des instabilités). Cependant, nous pouvons voir que deux calibrations différentes peuvent tout de même donner d'assez bons résultats sur un plan plus macroscopique (coefficients de pression, pertes aérodynamiques) malgré une formulation relativement simple du modèle.

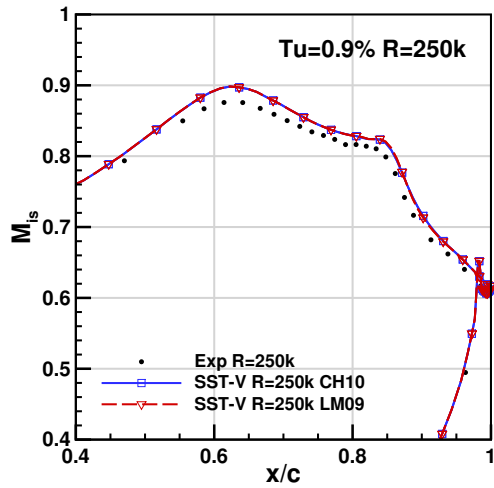




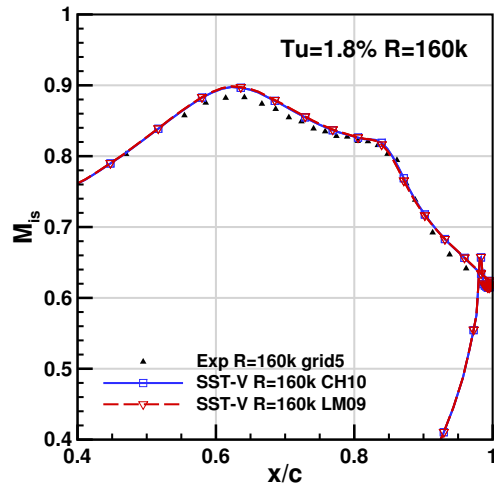
(a)



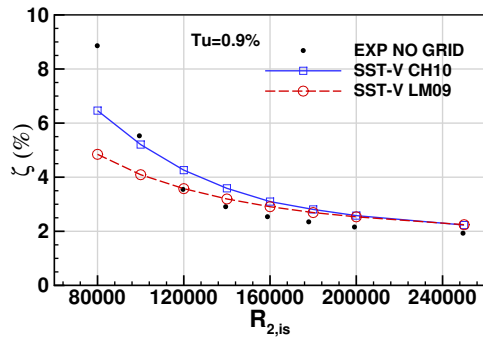
(b)



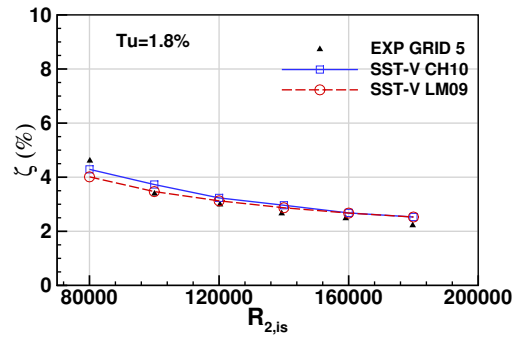
(c)



(d)



(e)



(f)

FIGURE 2.32 – T106C -  $Tu = 0,9 \%$  (gauche) et  $Tu = 1,8 \%$  (droite) - Utilisation de deux paires corrélations  $F_{\text{length}}$  et  $R_{\theta_c}$  différentes. Ensembles des résultats en annexe A.2

### 2.12 Synthèse des paramètres recommandés

À l'issue de ces nombreux calculs, nous avons une connaissance de l'influence d'un certain nombre de paramètres numériques et de modélisations. Sur cette base, nous recommandons l'utilisation des paramètres ci-dessous pour les calculs avec le modèle de transition  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ . Les évolutions majeures par rapport aux calculs de Benyahia et Babajee sont le passage à la formulation basée sur la vorticité du terme de production d'énergie cinétique turbulente ainsi que la suppression du limiteur sur ce dernier.

Soit :

```
FluidModel = model(name='FluidModel') et  
NumericalScheme = numerics(name='NumericalScheme')
```

#### Paramètres recommandés (elsA) :

- Production d'énergie cinétique turbulente basé sur la vorticité :
  - `FluidModel.set('k_prod_compute', 'from_vorticity')`
- Pas de limiteur sur la production d'énergie cinétique turbulente :
  - `FluidModel.set('k_prod_limiter', 106)`<sup>4</sup>
- Utilisations de la cor relation de Langtry pour  $R_{\theta_t}$  (paramètre par défaut) :
  - `FluidModel.set('rtt_cor', 'langtry')`
- Utilisations des cor relations  $F_{\text{length}}$  et  $R_{\theta_c}$  CH10 (paramètre par défaut, clé à revoir dans elsA V3.6.01)

De plus, pour les cas T106C, nous recommandons :

- Conditions aux limites pour les variables turbulentes basée sur la loi S1
- $M_{2, \text{is}} = 0,66$ ,  $\alpha = 35^\circ$

Nous avons aussi testé différentes conditions de paroi pour  $\omega$  (conditions de Neumann et Dirichlet) et notre cas ne s'y révèle pas sensible. L'étude sur la partie maillage semble montrer que nous sommes convergés en maillage.

Maintenant que nous avons une mise en données que nous maîtrisons, nous allons l'appliquer à un autre cas turbomachine : l'aube de distributeur haute pression LS89.

---

4. En fait, l'absence de cette clé règle `k_prod_limiter` à `MaxFloat` (valeur par défaut), ce qui est satisfaisant. On pr f rera cependant faire apparaître explicitement la désactivation du limiteur dans la carte python.

## 2.13 Évaluation du nouveau jeux de paramètres sur le cas LS89

Notre définition d'un nouveau cadre numérique a été réalisée sur un seul type de cas. Nous souhaitons ainsi le valider sur une autre configuration évaluée par Benyahia (2012), la turbine LS89.

Le cas LS89 est une grille d'aubes testée au VKI (Arts et Lambert de Rouvroit, 1992) dont l'écoulement est représentatif des distributeurs de turbines haute pression. Les paramètres géométriques sont résumés dans le tableau 2.7 et certaines conditions d'écoulements dans le tableau 2.8. Les conditions d'entrées, dont  $Tu$ , sont mesurées 55 mm en amont du bord d'attaque, position de notre plan d'entrée dans les calculs. La valeur de  $\frac{\mu_t}{\mu}|_{in}$  n'est pas connu (ou en tout cas pas publique). Notre choix est ainsi arbitraire, dans la continuité des travaux de Benyahia Benyahia (2012). Le maillage utilisé est présenté sur la figure 2.33.

corde	67,65 mm
pas inter-aube	57,50 mm
calage	55,0°
incidence	0°

TABLE 2.7 – LS89 - paramètres géométriques

	$P_i _{in}$ (bars)	$T_i _{in}$ (K)	$Tu _{in}$ (%)	$\frac{\mu_t}{\mu} _{in}$	$M_{2,is}$	$R_{2,is}$	$T_p$ (K)
MUR129	1,849	409,2	1	10	0,840	$1,09 \cdot 10^6$	297,75
MUR235	1,828	413,3	6	100	0,927	$1,08 \cdot 10^6$	301,3
MUR241	3,257	416,4	6	100	1,09	$2,11 \cdot 10^6$	299,75

TABLE 2.8 – LS89 - conditions d'écoulement

La figure 2.34 présente des résultats obtenus pour trois conditions d'écoulement différentes. Pour le cas MUR129, les deux modèles  $k\text{-}\omega\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  capturent de façon assez précise l'abscisse de transition côté extrados (abscisses positives de la figure 2.34(a)), le  $k\text{-}\omega\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  SST Menter prévoyant des transitions légèrement plus en amont que le  $k\text{-}\omega\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  Wilcox. Le caractère laminaire de l'intrados (abscisses négatives) est correctement capturé par les deux modèles.

Le cas MUR235 (fig. 2.34(b)) est réputé difficile. En effet, côté extrados, la zone de transition est particulièrement longue, s'étendant de  $s = 20$  mm à  $s = 60$  mm. Nos modèles ne détectent que la fin de la zone de transition, entraînant une sous-estimation des transferts de chaleur. La zone s'étendant de  $s = 20$  mm à  $s = 60$  mm est appelée « zone pré-transitionnelle » par Gourdain *et al.* (2012) du fait de la faible augmentation des flux de chaleur dans cette zone. Cette zone semble difficile à modéliser. Gourdain *et al.* (2012) ne parviennent d'ailleurs qu'à reproduire ce phénomène en LES. Côté intrados, l'écoulement reste laminaire, mais le fort taux de turbulence extérieure entraîne une légère augmentation des flux de chaleur par

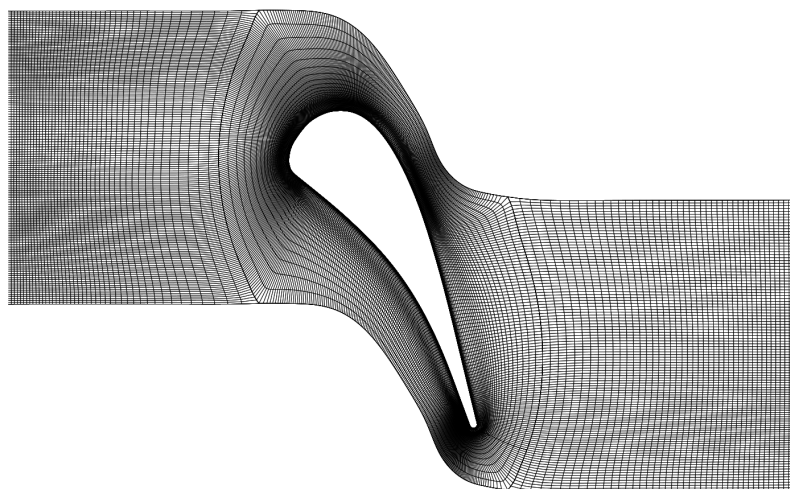


FIGURE 2.33 – LS89 - Présentation du maillage utilisé pour les calculs.

rapport au cas MUR129. Cette augmentation n'est pas capturée par les calculs RANS, qui prévoient un état pleinement laminaire.

Sur le cas MUR241, la zone de transition côté extrados est plus réduite ( $20 \text{ mm} < s < 40 \text{ mm}$ ). Nos modèles prévoient cependant toujours une transition à la fin de cette zone. On note une forte sur-estimation des transferts de chaleur sur la partie turbulente de l'extrados. Coté intrados, la transition n'est pas capturée, entraînant une forte sous-estimation des flux de chaleur.

Les pics du paramètre  $H$  visibles aux alentours des abscisses 15 mm et 35 mm sont dus à deux très légers défauts de la discrétisation de la paroi (maillage). Ces défauts sont sans effet sur le champ aérodynamique mais entraînent une discontinuité dans les orientations des normales aux parois, donnant lieu à ces effets de pics sur le calcul des flux.

Globalement, les résultats prévus par les deux modèles  $k-\omega-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$  sont très proches. Ces résultats confirment que notre extension du modèle  $\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$  au  $k-\omega$  de Wilcox est saine et peut être utilisée au même titre que le modèle initial. Grâce à nos travaux sur la mise en donnée, nous avons un cadre numérique maîtrisé nous permettant la prévision des effets d'ordre un de la transition de couche limite sur l'écoulement.

Un des enjeux principaux de cette thèse est d'améliorer la prévision des écoulements autour des aubes de turbines fortement chargées. Dans ce chapitre nous avons confirmé qu'il y avait des écarts entre les calculs réalisés à l'aide du modèle  $\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$  et les essais sur le cas T106C. Nous allons ainsi maintenant voir dans quelle mesure des modifications du modèle de transition pourraient améliorer les résultats.

*Les travaux présentés dans ce chapitre ont fait l'objet d'une publication à la conférence TurboExpo : Minot et al. (2015).*

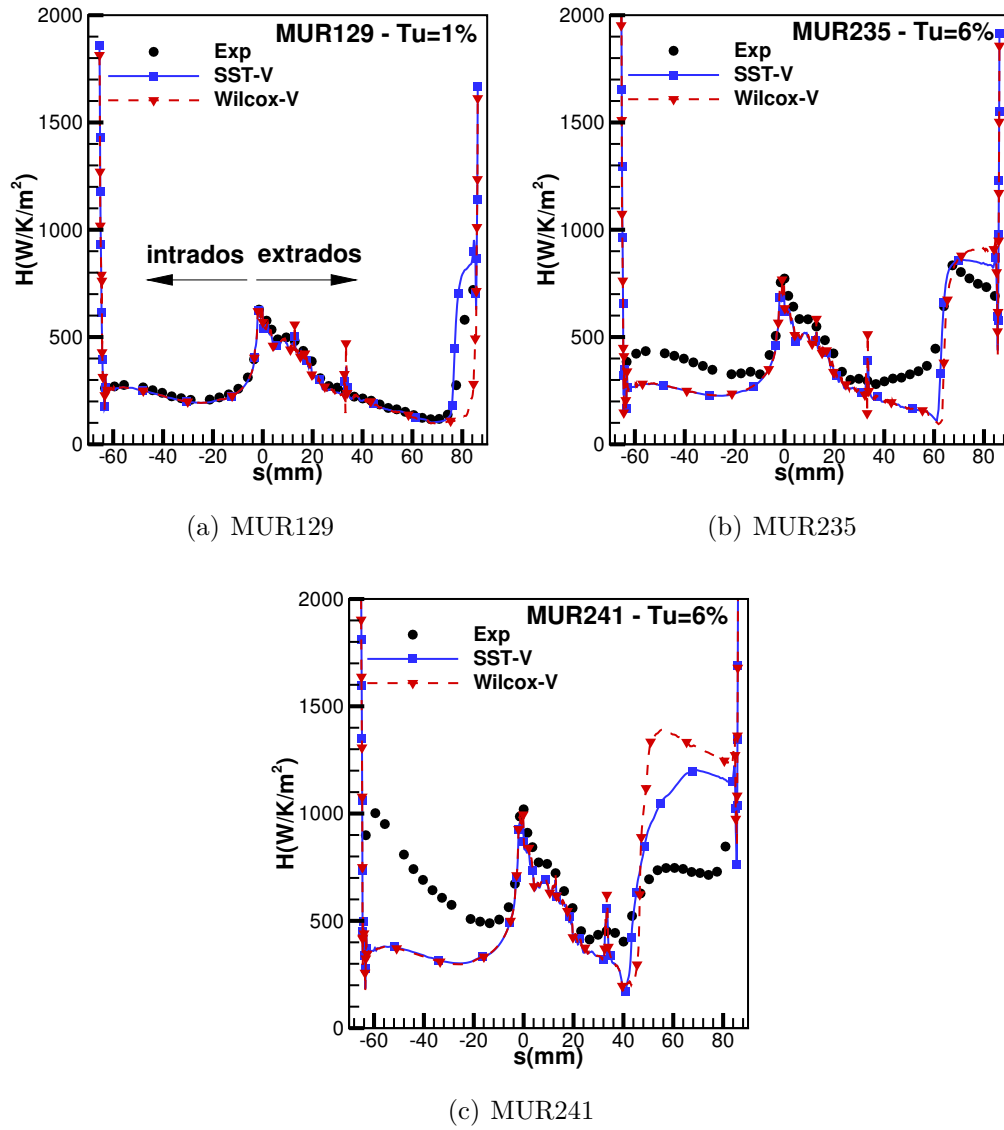


FIGURE 2.34 – LS89 - Relevés de coefficients d'échanges thermiques pour différents cas d'écoulements.

# Amélioration du modèle $\gamma$ - $\overline{R_{\theta_t}}$ pour des écoulements sur turbine basse-pression

## Sommaire

---

<b>3.1</b>	Réflexions sur la partie $\gamma_{\text{sep}}$ du modèle $\gamma$ - $\overline{R_{\theta_t}}$ . . . . .	<b>96</b>
<b>3.2</b>	Établissement d'une méthode de recalibration des fonctions $F_{\text{length}}$ et $R_{\theta_c}$ sur les cas <b>T106C</b> . . . . .	<b>99</b>
3.2.1	Définition des fonctions . . . . .	99
3.2.2	Choix des cas tests . . . . .	100
3.2.3	Définition d'une fonction coût . . . . .	101
3.2.4	Choix d'un échantillon initial . . . . .	101
3.2.5	Description du processus d'optimisation . . . . .	102
<b>3.3</b>	<b>Obtention de nouvelles versions du modèle <math>\gamma</math>-<math>\overline{R_{\theta_t}}</math> par recalibration sur les cas <b>T106C</b> . . . . .</b>	<b>104</b>
3.3.1	Application de la méthode basée sur le simplex . . . . .	104
3.3.2	Validation par la méthode basée sur le Kriging . . . . .	107
3.3.3	Obtention d'un modèle avec une autre valeur de la constante $s_1$ . . . . .	109
3.3.4	Application du modèle MMP16 au cas LS89 . . . . .	111
3.3.5	Autres possibilités . . . . .	112

---

Dans le chapitre précédent, nous avons étudié différentes façons d'utiliser le modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  pour le calcul d'écoulements de turbine. L'idée était d'identifier les capacités optimales du modèle avant de tenter toute modification de celui-ci. Bien que nous ayons identifié une mise en données plus adaptée aux turbines basse pression, nous avons confirmé que la prévision de la transition avec le modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  sur ces cas était perfectible.

Nous allons ainsi maintenant travailler sur la modification du modèle de transition afin d'améliorer les résultats pour ce type d'écoulement. En effet, dans la formulation initiale du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ , l'idée était d'obtenir une applicabilité relativement large. Dans ce cadre, le modèle a été calibré sur des configurations des cas de plaque plane uniquement. Nous avons de ce fait le sentiment que le modèle peut être modifié pour mieux convenir à certains types d'écoulement.

L'idée de ce paragraphe n'est pas d'améliorer, sur le plan général, le modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ , mais plutôt d'en proposer une nouvelle version, qui soit spécifique aux écoulements de turbines basse pression modernes.

La spécificité majeure des écoulements autour des aubes de turbines basse pression fortement chargées est le fait que la transition de la couche limite ait lieu au sein de bulbes de décollement. Vu que le modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  intègre une variable,  $\gamma_{\text{sep}}$ , dédiée à contrôler ce type de mécanisme de transition, il paraît naturel de modifier le comportement de cette variable. Nous allons cependant voir dans le prochain paragraphe que ceci n'est pas suffisant. En effet, la solution pour proposer une nouvelle version du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  est la recalibration de ce dernier. Ceci consiste à reconstruire les fonctions de corrélation  $R_{\theta_c}$  et  $F_{\text{length}}$ , qui interviennent sur l'abscisse de transition et la production d'intermittence respectivement. Ce chapitre traite principalement de cette recalibration. Ceci va nous amener à présenter, dans le deuxième paragraphe, notre méthode de reconstruction des fonctions de corrélation puis, dans un troisième temps, son application.

### 3.1 Réflexions sur la partie $\gamma_{\text{sep}}$ du modèle $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$

Afin de fermer le modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ , Langtry procède à une calibration des fonctions  $F_{\text{length}}$  et  $R_{\theta_c}$  sur des cas plaques planes sur lesquelles l'écoulement est attaché. Une fois le modèle calibré, il note une surestimation de la taille des bulbes de décollement sur des cas avec décollement de la couche limite. Langtry (2006) attribue ceci à un manque de production de turbulence dans la zone transitionnelle. Afin de compenser ce manque, il propose d'augmenter l'intermittence (qui pondère  $P_k$ ) jusqu'à 2 dans la zone de transition. Ceci est réalisé au travers du terme  $\gamma_{\text{sep}}$  :

$$\begin{aligned}\gamma_{\text{sep}} &= \min \left( s_1 \max \left[ 0, \left( \frac{R_\nu}{3,235 R_{\theta_c}} \right) - 1 \right] F_{\text{reattach}}, 2 \right) F_{\theta_t} \quad (3.1) \\ F_{\text{reattach}} &= e^{-\left( \frac{R_T}{20} \right)^4} \\ \gamma_{\text{eff}} &= \max(\gamma, \gamma_{\text{sep}}) \\ s_1 &= 2\end{aligned}$$

Afin d'améliorer le modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  sur des cas de bulbes de décollement, une idée

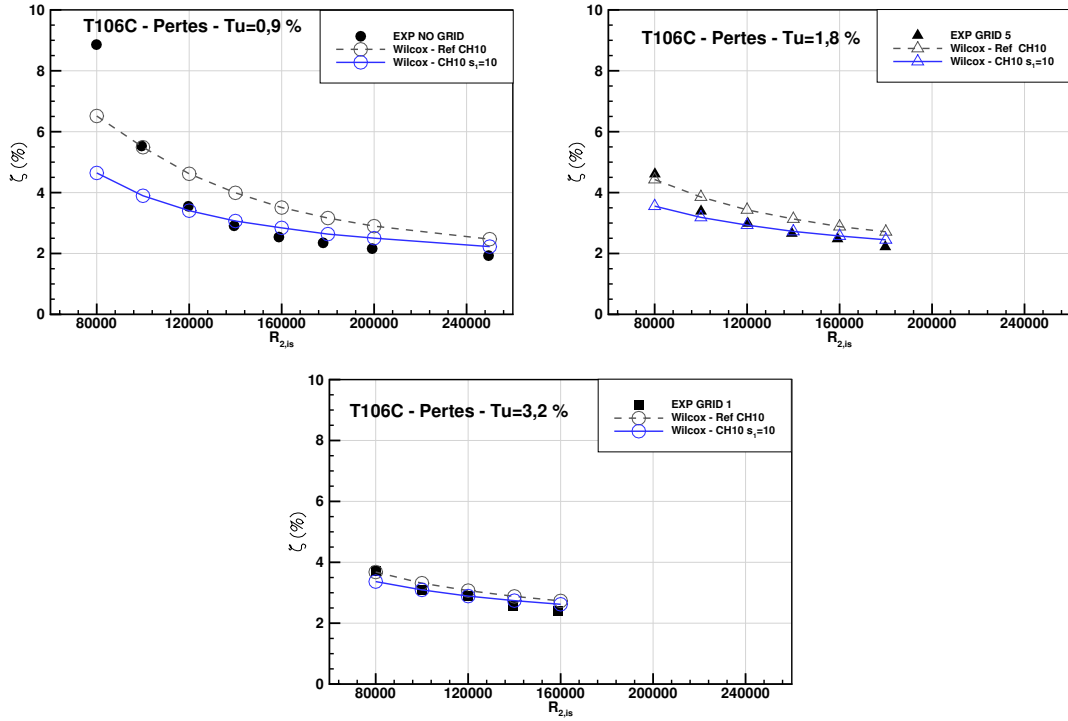


FIGURE 3.1 – T106C -  $s_1 = 10$  - Étude de l'influence de la constante  $s_1$  sur les pertes.

serait de travailler sur la partie  $\gamma_{\text{sep}}$  du modèle. Cependant, bien que l'utilisation de cette partie du modèle semble nécessaire, elle ne laisse que peu de marge de manœuvre en terme de modifications.

En effet, la constante  $s_1$  contrôle la vitesse à laquelle  $\gamma_{\text{sep}}$  passe de 0 à 2. Avec  $s_1 = 2$ ,  $\gamma_{\text{sep}}$  passe de 0 à 2 en environ 3 ou 4 cellules de calculs sur les cas T106C. Une augmentation de cette constante  $s_1 = 10$  entraîne simplement la montée de  $\gamma_{\text{sep}}$  de 0 à 2 en une seule cellule. Ainsi, l'effet de la constante  $s_1$  est rapidement saturé.

Le passage de  $s_1 = 2$  (version standard) à  $s_1 = 10$  est tout de même une modification très bénéfique pour le modèle initial. Ceci peut être observé sur la figure 3.1, où nous voyons de nets gains sur les pertes. En effet, sur ces cas T106C, nous avons une sur-estimation de la taille de certains bulbes. L'augmentation de la constante  $s_1$  permet d'appliquer de forts niveaux d'intermittence plus tôt dans l'écoulement, ce qui entraîne une transition plus précoce et plus rapide.

Cependant, cette modification raccourcit aussi les bulbes déjà trop courts, comme sur le cas  $Tu = 3,2\%$ ,  $R_{2, \text{is}} = 80,000$ . (voir figure 3.2). De plus, sur certains cas ( $Tu = 0,9\%$ ,  $R_{2, \text{is}} = 250,000$ , toujours sur la figure 3.2), la modification de la constante n'a que très peu d'effet. Ceci est dû au fait que la variable  $\gamma_{\text{sep}}$  n'est qu'une petite partie du modèle et ne peut ainsi compenser les lacunes du modèle initial que jusqu'à un certain point.

En plus de l'étude de la constante  $s_1$ , nous avons étudié la modification du niveau maximum de  $\gamma_{\text{sep}}$  ainsi que de la fonction  $F_{\text{reattach}}$ . Les résultats confirment notre



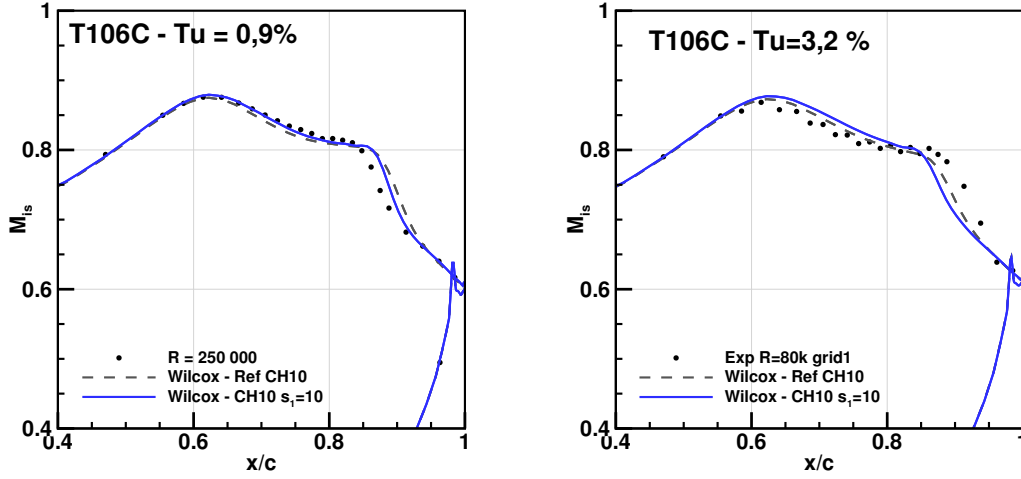


FIGURE 3.2 – T106C -  $s_1 = 10$  - Étude de l'influence de la constante  $s_1$  sur les distributions de nombres de Mach isentropiques.

précédente conclusion, à savoir que la variable  $\gamma_{\text{sep}}$  ne peut fournir que de petites modifications. Ainsi, si nous forçons (par optimisation)  $\gamma_{\text{sep}}$  à corriger la solution, nous obtenons des comportements aberrants de  $\gamma_{\text{sep}}$  (par exemple une apparition de  $\gamma_{\text{sep}}$  à la mi-corde alors que la transition devrait apparaître après les trois-quarts de corde).

Ceci nous pousse ainsi à modifier le modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  à sa base, c'est-à-dire au niveau des fonctions de corrélation  $F_{\text{length}}$  et  $R_{\theta_c}$ .

## 3.2 Établissement d'une méthode de recalibration des fonctions $F_{\text{length}}$ et $R_{\theta_c}$ sur les cas T106C

Dans le chapitre précédent, nous avons travaillé sur la mise en données et testé différentes versions ainsi que différentes méthodes d'utilisation du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ . Dans la section précédente, nous avons évalué quelques modifications simples de ce modèle. Tout ce travail nous donne de nettes améliorations des résultats sur les cas T106C, mais nous a amené à la conclusion suivante : le modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  reste limité par la simplicité des cas utilisés pour sa calibration initiale. Les versions de base du modèle (LM09 ou CH10) sont très utiles car elles ont une large gamme d'applicabilité, mais il paraît pertinent de développer aussi des versions spécifiques à certains types d'écoulement.

Nous proposons ainsi de tenter de recalibrer les fonctions  $F_{\text{length}}$  et  $R_{\theta_c}$  sur les cas T106C. L'idée est d'obtenir ainsi une version du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  qui soit spécifique aux écoulements de turbines BP fortement chargées. Les versions LM09 et CH10 du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  ont été obtenues en utilisant des codes de couche limite. Vu que notre objectif est d'améliorer la prévision de la transition pour les bulbes de décollement, nous devons travailler directement avec des calculs RANS. Comme la recalibration des fonctions de corrélation  $F_{\text{length}}$  et  $R_{\theta_c}$  demande un grand nombre d'évaluations, le temps de calcul associé à la méthode RANS par rapport à un code de couche limite réduit quelque peu nos possibilités.

Pour la recalibration du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  nous allons ainsi nous reposer sur des méthodes d'optimisation. L'idée est d'itérer sur la forme des deux fonctions  $F_{\text{length}}$  et  $R_{\theta_c}$  afin d'obtenir la meilleure solution possible sur l'ensemble des cas T106C. Cette section commence ainsi par un certain nombre de définitions afin de poser clairement le problème. Nous introduisons de ce fait une paramétrisation de  $F_{\text{length}}$  et  $R_{\theta_c}$ , puis un ensemble de cas test ainsi qu'une fonction coût permettant de les évaluer. Nous discutons ensuite de l'échantillonnage avant de décrire les deux méthodes d'optimisation auxquelles nous aurons recours.

### 3.2.1 Définition des fonctions

La paramétrisation de notre problème est la suivante.  $R_{\theta_c}$  prend la forme d'un polynôme d'ordre trois, passant par 0 et centré autour de  $R_{\theta_c} = \overline{R_{\theta_t}}$  :

$$R_{\theta_c} = (a_1 \cdot 4 \cdot 10^{-6} \overline{R_{\theta_t}}^2 + a_2 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \overline{R_{\theta_t}} + a_3) \overline{R_{\theta_t}} \quad (3.2)$$

Trois coefficients définissent cette fonction, avec pour bornes :

$$a_1 \in [-0,5; 0,5]$$

$$a_2 \in [-0,5; 0,5]$$

$$a_3 \in [0,5; 1,0]$$

Les pondérations devant  $\overline{R_{\theta_t}}^2$  et  $\overline{R_{\theta_t}}$  permettent simplement d'avoir une influence plus marquée sur la fonction autour du point  $\overline{R_{\theta_t}} = 500$  avec des coefficients  $a_i$  de l'ordre de l'unité ( $4 \cdot 10^{-6} = \frac{1}{500^2}$ ,  $2 \cdot 10^{-3} = \frac{1}{500}$ ).

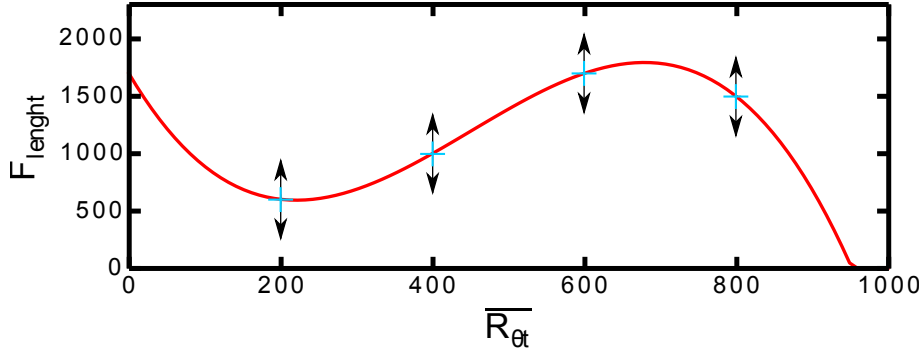


FIGURE 3.3 – Exemple de la paramétrisation de la fonction  $F_{\text{length}}$

En ce qui concerne la fonction  $F_{\text{length}}$ , la paramétrisation est moins évidente. En effet, cette fonction pondère le terme de production d'intermittence numérique et n'a donc aucune signification physique. Nous avons comme seule indication les ordres de grandeur pris par la fonction  $F_{\text{length}}$  de Content et Houdeville (2010) (0 à 1 500). On propose ainsi de paramétriser la fonction  $F_{\text{length}}$  à l'aide d'une spline cubique définie par quatre points de contrôle (voir figure 3.3). Les coefficients de ce polynôme sont ensuite déterminés par la méthode des moindres carrés.

### 3.2.2 Choix des cas tests

Les cas test retenus pour notre recalibration sont les cas T106C. En effet, ces cas offrent une large gamme de nombres de Reynolds pour trois taux de turbulence différents. L'idée est d'évaluer les résultats en comparant les relevés de nombres de Mach isentropiques ainsi que les pertes entre les calculs et les essais. Les cas suivants ont ainsi été sélectionnés.

$$\begin{aligned} Tu = 0,9 \%, \quad R_{2,\text{is}} &= \{100k; 120k; 140k; 160k; 250k\} \\ Tu = 1,8 \%, \quad R_{2,\text{is}} &= \{80k; 100k; 120k; 140k; 160k\} \\ Tu = 3,2 \%, \quad R_{2,\text{is}} &= \{80k; 100k; 120k; 140k; 160k\} \end{aligned}$$

Nous avons décidé d'exclure le point  $\{Tu = 0,9 \%, R_{2,\text{is}} = 80k\}$  du processus d'optimisation. En effet, ce point présente un écoulement massivement décollé qui est particulièrement difficile à capturer avec une méthode RANS 2D stationnaire. Son inclusion pourrait ainsi biaiser la reconstruction du modèle de transition en le forçant à compenser des erreurs dues au reste de la modélisation RANS.

Les points  $\{Tu = 0,9 \%, R_{2,\text{is}} = 180k\}$ ,  $\{Tu = 0,9 \%, R_{2,\text{is}} = 200k\}$  et  $\{Tu = 1,8 \%, R_{2,\text{is}} = 180k\}$  ont aussi été exclus car nous n'avons pas accès aux relevés de nombres de Mach isentropiques pour ces cas.

Des résultats pour ces points seront toutefois présentés, à titre indicatifs, mais il est important de garder en tête qu'ils ne sont pas pris en compte par l'optimiseur.

### 3.2.3 Définition d'une fonction coût

Pour chaque calcul, nous comparons les résultats aux mesures de distribution de nombres de Mach isentropiques  $M_{\text{is}}$  ainsi que de pertes  $\zeta$ .

En ce qui concerne les relevés de  $M_{\text{is}}$ , les relevés expérimentaux sont interpolés sur le maillage de la distribution CFD puis comparés aux calculs à l'aide d'une norme  $L^2$  :

$$\varepsilon_{M_{\text{is}}} = \sqrt{\sum_{i=i_{\text{BA}}}^{i_{\text{BF}}} \frac{(M_{\text{is,CFD}} - M_{\text{is,EXP}})^2}{i_{\text{BF}} - i_{\text{BA}} + 1}} \quad (3.3)$$

où  $i$  désigne un point sur l'aube du maillage CFD.  $\varepsilon_{M_{\text{is}}}$  est ainsi une mesure de l'erreur commise par le calcul sur la distribution de nombres de Mach isentropiques.

Les pertes étant caractérisées par une seule valeur pour chaque cas, elles peuvent être directement comparées :

$$\varepsilon_{\text{pertes}} = |\zeta_{\text{CFD}} - \zeta_{\text{EXP}}| \quad (3.4)$$

À chaque fois qu'une nouvelle paire de fonctions  $(F_{\text{length}}, R_{\theta_c})$  est définie, celle-ci est évaluée sur l'ensemble des cas tests. Afin d'obtenir un processus d'optimisation pleinement optimisé, nous avons décidé de combiner les deux mesures d'erreur de chaque cas test en une seule fonction coût :

$$\varepsilon = \sum_{\forall \text{ T106C}} (\varepsilon_{M_{\text{is}}} + \alpha \cdot \varepsilon_{\text{pertes}}) \quad (3.5)$$

où  $\alpha = 0,05$  est un paramètre de normalisation fixé pour que chacune des deux erreurs participe à environ la moitié de la mesure d'erreur totale.

En résumé, chaque nouvelle paire de fonctions  $(F_{\text{length}}, R_{\theta_c})$  est testée sur les 15 cas test et fournit une valeur unique pour  $\varepsilon$ , qui représente l'écart entre ces calculs et les essais. Nous allons ainsi pouvoir minimiser  $\varepsilon$  par optimisation.

### 3.2.4 Choix d'un échantillon initial

Avant de démarrer le processus d'optimisation, un large espace est exploré en lançant des calculs sur un échantillon initial. Pour  $R_{\theta_c}$ , les paramètres sont choisis dans les intervalles suivants :

$$\begin{aligned} a_1 &\in [-0,5; 0,5] \\ a_2 &\in [-0,5; 0,5] \\ a_3 &\in [0,5; 1,0] \end{aligned}$$

Pour  $F_{\text{length}}$ , 4 points de contrôle sont choisis dans l'espace :

$$\overline{R_{\theta_t}} \in [0; 1000] \times F_{\text{length}} \in [0; 2000] \quad (3.6)$$

pour chaque individu de l'échantillon.

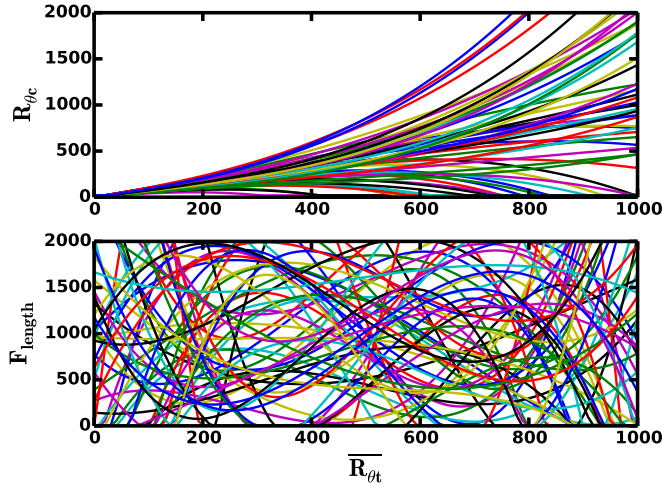


FIGURE 3.4 – Exemple d'échantillon LHS de 64 fonctions  $R_{\theta_c}$  et  $F_{\text{length}}$

L'échantillonnage est effectué à l'aide d'une discrétisation par hyper-cube latin (LHS). Ainsi, chaque point de l'échantillon définit une paire unique de fonctions ( $F_{\text{length}}$ ,  $R_{\theta_c}$ ).

La figure 3.4 montre un exemple d'un échantillon LHS de 64 fonctions  $F_{\text{length}}$  et  $R_{\theta_c}$ . Pour nos travaux, nous utilisons un échantillon de 192 individus (2 880 calculs RANS).

### 3.2.5 Description du processus d'optimisation

Une fois l'échantillon initial calculé, nous pouvons utiliser des processus d'optimisation afin de converger vers de nouvelles paires de fonctions  $R_{\theta_c}$  et  $F_{\text{length}}$ . Nous allons pour cela nous reposer sur deux méthodes différentes : une méthode d'optimisation directe et une méthode se reposant sur un méta-modèle.

L'idée de la méthode par optimisation directe est d'évaluer chaque nouvelle paire de fonctions proposée par l'optimiseur afin d'obtenir directement la figure de mérite associée à l'individu. Cette méthode a l'avantage d'être relativement simple à mettre en place, dans le sens où elle ne nécessite que l'automatisation de la soumission et du post-traitement des calculs CFD. L'inconvénient majeur de cette méthode est que le coût en temps de chaque évaluation (15 calculs CFD 2D stationnaires) reste relativement élevé (environ 3h). Ceci limite ainsi le choix de l'algorithme d'optimisation à des algorithmes convergeant en un faible nombre d'itérations.

Nous utilisons ainsi un algorithme de Simplex (Nelder et Mead) pour l'optimisation directe. Une limitation importante liée à cet algorithme est qu'il converge vers le premier optimum local rencontré, sans information sur l'existence éventuelle d'autres optimaux. C'est notamment pour palier à cette limitation que nous utilisons un échantillon initial de taille importante, l'optimisation directe étant initialisée par le meilleur individu de l'échantillon.

Afin de tenter d'obtenir l'optimum global de notre problème, une deuxième méthode s'appuyant sur des algorithmes génétiques est aussi mis en place. Pour notre problème, ces algorithmes ont besoin de l'ordre d'un millier d'itérations pour converger. Ils doivent ainsi être utilisés sur un méta-modèle, c'est-à-dire une surface interpolée de l'espace des solutions à notre problème. Cette surface est obtenue par la méthode dite de Kriging.

Cette méthode est plus compliquée que l'optimisation directe car le méta-modèle n'est qu'une estimation de l'espace des solutions. Il doit ainsi être mise à jour au fur et à mesure que de nouvelles évaluations CFD sont réalisées. Un des intérêts de la méthode dite de Kriging pour générer la surface de réponse est qu'elle fournit aussi une estimation sur la possibilité d'amélioration de la précision du méta-modèle. Nous avons ainsi accès au minimum de la surface de réponse ainsi qu'au point où la probabilité d'amélioration du modèle est maximum.

Afin d'obtenir l'optimum global de notre problème, nous procédons de la façon suivante : premièrement un méta-modèle est généré à partir de l'échantillon initial. Ceci nous fournit la position estimée de l'optimum ainsi que la position du maximum d'amélioration attendue (« max expected improvement »). Ces deux points sont évalués en CFD puis utilisés pour mettre à jour le méta-modèle. Le nouveau méta-modèle nous donne alors deux nouveaux points à évaluer en CFD. Ce processus est répété une cinquantaine de fois.

Cette méthode est plus délicate à utiliser car l'enrichissement du méta-modèle peut parfois entraîner des oscillations de ce dernier. Nous allons ainsi commencer par appliquer la méthode basée sur le simplex, en utilisant la méthode basée sur la méta-modélisation plutôt comme outil de validation. L'idée est aussi de comparer ces deux méthodes afin d'établir des recommandations quant à l'obtention de nouvelles fonctions de corrélation pour le modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ .

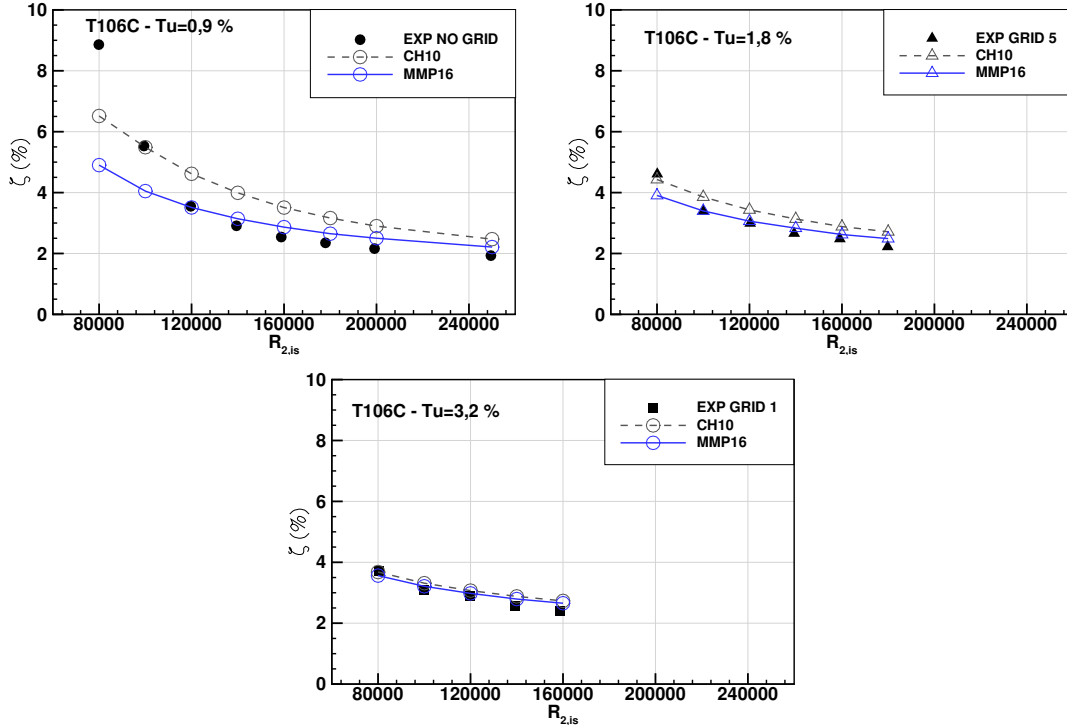


FIGURE 3.5 – T106C - Comparaison à l'aide des pertes aérodynamiques de notre nouveau modèle (MMP16) au modèle initial (CH10).

### 3.3 Obtention de nouvelles versions du modèle $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ par recalibration sur les cas T106C

Maintenant que nous avons décrit nos outils de recalibration, nous pouvons nous concentrer sur leur application.

#### 3.3.1 Application de la méthode basée sur le simplexe

Une fois l'échantillon initial calculé, le processus d'optimisation directe (simplexe) est lancé, avec comme point initial le meilleur individu de l'échantillon précédent. Ce processus converge vers une nouvelle paire de fonctions  $F_{length}$  et  $R_{\theta_c}$ . Les résultats donnés par ces fonctions, désignées « MMP16 », sont présentés sur la figure 3.5, où ils sont comparés aux résultats donnés par le modèle CH10 (modèle initial). Notons que, ici, nous avons gardé la constante  $s_1$  à sa valeur initiale  $s_1 = 2$ , afin d'identifier directement le potentiel d'amélioration dû aux fonctions. Les deux modèles CH10 et MMP16 sont ainsi identiques mis à part  $F_{length}$  et  $R_{\theta_c}$ .

Notre nouvelle version du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  permet des gains significatifs sur les cas T106C à  $Tu = 0,9\%$  et  $Tu = 1,8\%$  tout en gardant de bons résultats à  $Tu = 3,2\%$ . Malgré ces gains sur le plan global, certains points restent éloignés des essais. C'est le cas par exemple du point  $\{Tu = 1,8\%, R_{2,is} = 80\,000\}$ , qui n'est pas très bien capturé à cause du fait que le modèle a toujours du mal à capturer le passage des bulbes courts aux bulbes longs. La modélisation des points

$\{Tu = 0,9 \%, R_{2, \text{is}} = 80\,000\}$  et  $\{Tu = 0,9 \%, R_{2, \text{is}} = 100\,000\}$  est aussi relativement loin des essais (gardons en tête que le modèle n'a pas été optimisé sur le point  $\{Tu = 0,9 \%, R_{2, \text{is}} = 80\,000\}$ ), avec une rupture de pente de la courbe des pertes qui n'est pas assez marquée. L'étude du champ aérodynamique pour ces deux calculs révèle que l'écoulement recolle à 99.5% de corde à  $\{Tu = 0,9 \%, R_{2, \text{is}} = 80\,000\}$  et 96% de corde à  $\{Tu = 0,9 \%, R_{2, \text{is}} = 100\,000\}$ , alors que ces bulbes sont ouverts expérimentalement. Ceci est un inconvénient majeur de notre modèle. Vu les gains importants sur les autres points, nous considérons tout de même que le modèle MMP16 est plus adapté à la représentation des cas T106C que le modèle CH10.

La comparaison des deux modèles sur le plan des relevés de nombres de Mach isentropiques est présentée en intégralité sur les figures A.9 à A.11 de l'annexe A.3. Nous présentons ici cette comparaison uniquement pour deux cas d'écoulement, afin de confirmer les liens entre les gains observés sur les pertes et ceux sur les distributions de  $M_{\text{is}}$ . Nous pouvons ainsi voir sur la figure 3.6(a) que pour le point  $\{Tu = 0,9 \%, R_{2, \text{is}} = 120\,000\}$ , où nous avons de larges gains sur les pertes, la distribution de nombres de Mach isentropiques est bien mieux capturée avec le nouveau modèle. En particulier, la recompression qui suit le plateau de nombres de Mach isentropiques est mieux représentée, témoin d'une meilleure prévision de la transition. À  $\{Tu = 3,2 \%, R_{2, \text{is}} = 120\,000\}$ , nous obtenons des valeurs de pertes aérodynamiques identiques avec les deux modèles. La figure 3.6(b) met en évidence que ceci correspond bien à des distributions de nombres de Mach isentropiques identiques. Dans la suite, nous regarderons ainsi surtout les relevés de pertes aérodynamiques, qui permettent de présenter l'ensemble des résultats de façon concise.

Afin de quantifier l'apport du modèle MMP16 sur les cas T106C, nous pouvons utiliser la fonction coût définie pour l'optimisation. En effet, le modèle MMP16 permet d'obtenir une valeur de la fonction coût de  $\varepsilon = 0,0271$ , ce qui représente un gain de 19% par rapport au modèle CH10 ( $\varepsilon = 0,0334$  pour le modèle CH10). Ceci confirme l'intérêt de notre nouvelle version du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ .

Les nouvelles fonctions de corrélations du modèle MMP16 sont les suivantes :

$$R_{\theta_c} = (6,516 \cdot 10^{-7} \overline{R_{\theta_t}}^2 - 6,810 \cdot 10^{-4} \overline{R_{\theta_t}} + 0,7754) \overline{R_{\theta_t}} \quad (3.7)$$

$$F_{\text{length}} = -3,547 \cdot 10^{-3} \overline{R_{\theta_t}}^2 + 3,532 \overline{R_{\theta_t}} + 1235 \quad (3.8)$$

Il est intéressant de noter que le processus d'optimisation a supprimé l'ordre 3 de la fonction  $F_{\text{length}}$ , qui devient ainsi un polynôme d'ordre 2. Ces fonctions sont présentées sur la figure 3.7. Nous pouvons voir que les différences sur  $R_{\theta_c}$  par rapport au modèle CH10 se situent surtout à plus haut nombre de Reynolds de transition, ce qui correspond aux plus faibles taux de turbulence extérieure (là où nous avons le plus d'erreur). La fonction  $F_{\text{length}}$  prend une forme différente pour le modèle MMP16, mais l'interprétation de cette fonction reste difficile.



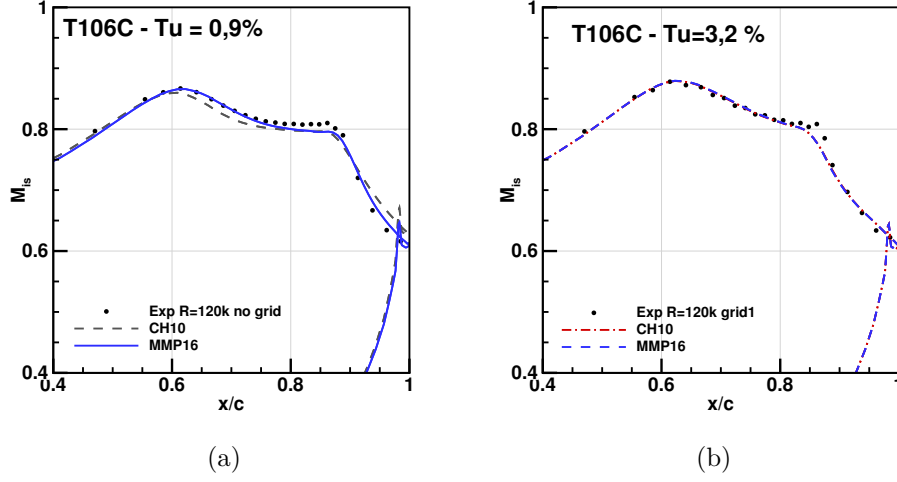


FIGURE 3.6 – T106C - Comparaison des distributions de nombres de Mach isentropiques pour deux cas d'écoulement entre notre nouveau modèle et le modèle initial.

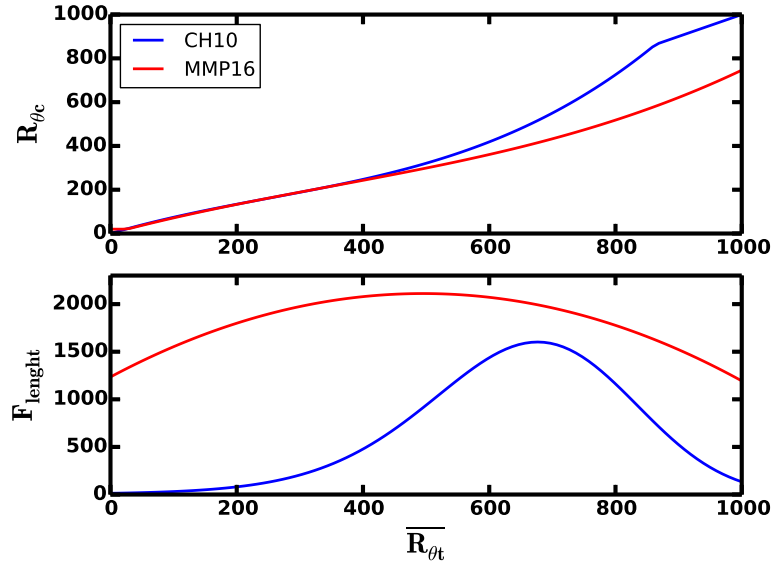


FIGURE 3.7 – Tracé des fonctions  $R_{\theta_c}$  et  $F_{length}$  pour le modèle CH10 et notre nouveau modèle (MMP16).

### 3.3.2 Validation par la méthode basée sur le Kriging

Afin de valider les résultats obtenus à l'aide de l'optimisation par simplex, nous avons souhaité tenter d'identifier l'optimum global à l'aide de la méthode basée sur des algorithmes génétiques associés à une méta-modélisation par Kriging. L'interpolation des solutions par Kriging s'est cependant avérée délicate, avec notamment l'apparition d'oscillations. La convergence du méta-modèle vers la CFD est ainsi difficile. Cette nouvelle optimisation permet tout de même d'obtenir les résultats présentés en figure 3.8 et 3.9. Nous voyons que les résultats sont quasiment identiques à ceux obtenus par simplex. En effet, les écarts discernables sur les pertes ( $\{Tu = 0,9 \%, R_{2, \text{is}} = 120\,000\}$  par exemple) correspondent à des différences sur la forme des bulbes extrêmement faibles (voir la distribution de nombres de Mach isentropiques sur la figure 3.9(a)). La valeur de la fonction coût associée à ces résultats est  $\varepsilon = 0,0268$  soit une différence d'environ 1 % avec la solution obtenue par simplex (voir tableau 3.1). Une étude<sup>1</sup> a montré que la propagation de l'incertitude expérimentale sur les grandeurs d'entrée et de sortie donnait des variations de 2 à 3 % sur la fonction coût. Nous pouvons ainsi considérer que nos deux méthodes donnent des résultats analogues.

Le fait que la méthode basée sur du Kriging donne des résultats équivalents à celle basée sur de l'optimisation directe nous conforte sur la validité de cette dernière. Dans toute la suite, nous allons ainsi préférer l'optimisation directe basée sur le simplex du fait de sa plus grande simplicité d'utilisation.

---

1. Cette étude a été menée dans le cadre du stage d'Hugo Antoine, et fournit, par propagation d'incertitudes, l'impact des incertitudes de mesure sur les grandeurs  $Tu|_{\text{in}}$ ,  $R_{2, \text{is}}$  et  $M_{2, \text{is}}$  sur la fonction coût. Une partie de cette étude est décrite dans Minot *et al.* (2016a).

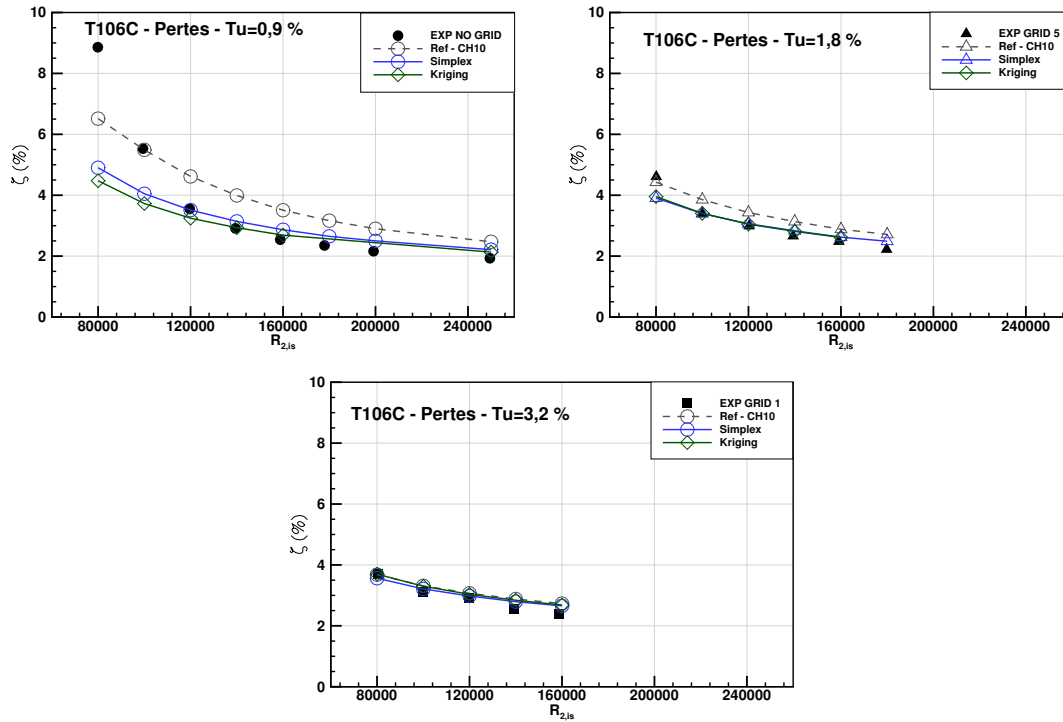


FIGURE 3.8 – T106C - Comparaison, à l'aide des pertes aérodynamiques, de la méthode basée sur le simplex et celle basée sur le Kriging.

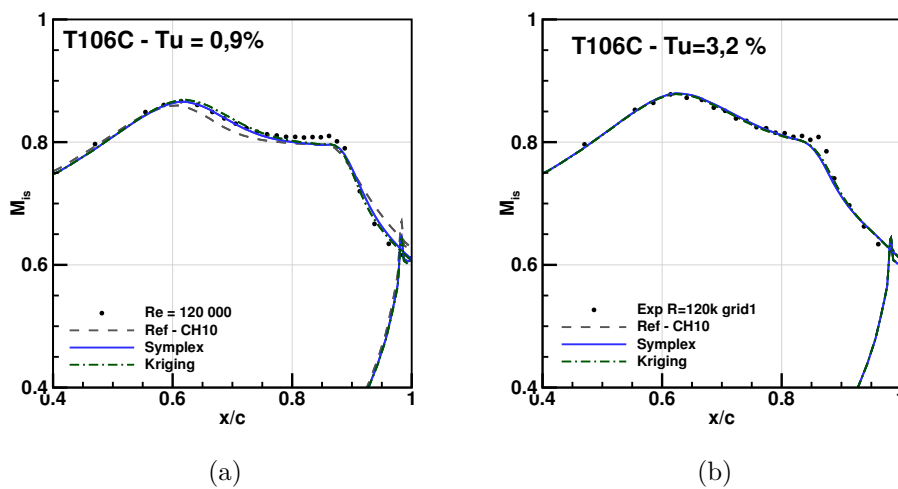


FIGURE 3.9 – T106C - Comparaison, à l'aide de deux relevés de nombres de Mach isentropiques, de la méthode basée sur le simplex et celle basée sur le Kriging.

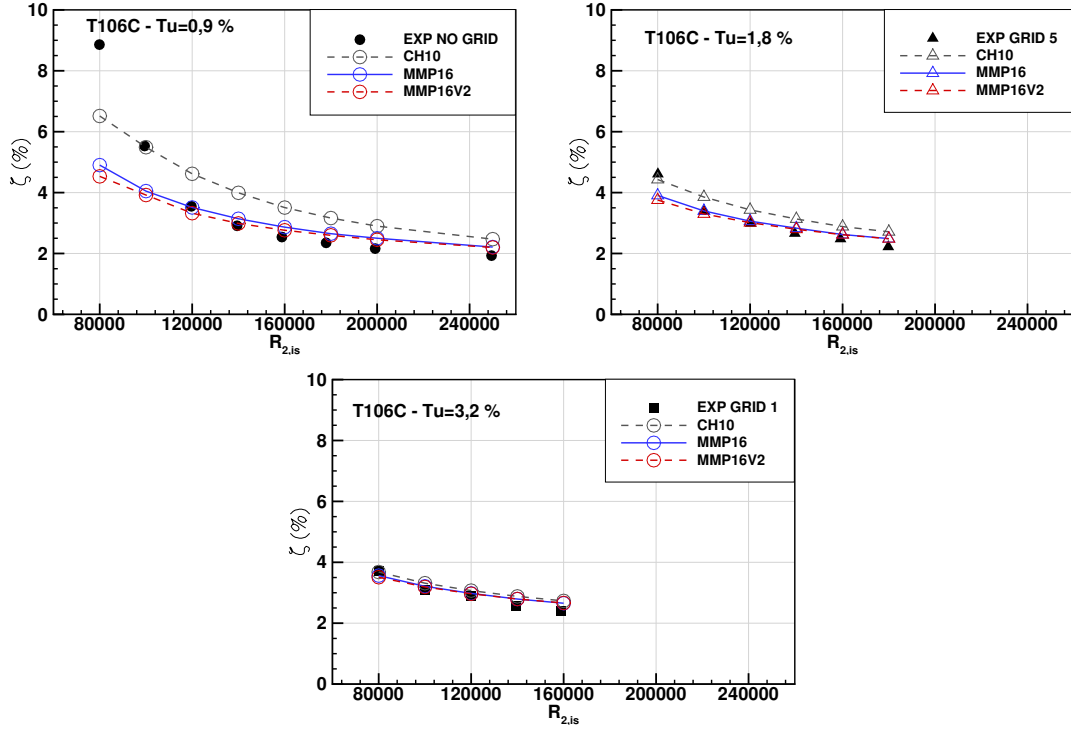


FIGURE 3.10 – T106C - Comparaison à l'aide des pertes aérodynamiques du nouveau modèle construit avec  $s_1 = 10$  (MMP16V2) aux modèles MMP16 et CH10.

### 3.3.3 Obtention d'un modèle avec une autre valeur de la constante $s_1$

Le modèle MMP16 est identique au modèle CH10, mis à part les deux fonctions  $F_{\text{length}}$  et  $R_{\theta_c}$ . Cependant, nous avons vu au début de ce chapitre (section 3.1) que le réajustement de la constante  $s_1$  à 10 améliorerait les résultats fournis par le modèle CH10.

Nous avons ainsi utilisé notre méthode de reconstruction des fonctions de corrélation du modèle  $\gamma\overline{R_{\theta_t}}$  afin d'obtenir une nouvelle version du modèle, cette fois-ci avec  $s_1 = 10$ . Notre méthode converge vers de nouvelles fonctions de corrélation, mais donnant, avec  $s_1 = 10$ , des résultats très proches du modèle MMP16. Ces derniers sont présentés sur la figure 3.10.

Les fonctions de corrélation pour ce modèle MMP16V2 sont les suivantes :

$$R_{\theta_c} = (6,578 \cdot 10^{-7} \overline{R_{\theta_t}}^2 - 6,095 \cdot 10^{-4} \overline{R_{\theta_t}} + 0,9472) \overline{R_{\theta_t}} \quad (3.9)$$

$$F_{\text{length}} = 7,949 \cdot 10^{-7} \overline{R_{\theta_t}}^3 - 5,03 \cdot 10^{-3} \overline{R_{\theta_t}}^2 + 4,260 \overline{R_{\theta_t}} + 1129 \quad (3.10)$$

Ces dernières sont tracées sur la figure 3.11.

Le fait que nous obtenions des résultats similaires avec deux valeurs différentes de la constante  $s_1$  est très intéressant. Tout d'abord, ceci nous conforte sur le bien fondé de notre méthode. En effet, nous avons ici démarré notre optimisation à partir des fonctions MMP16 et nous notons que la fonction  $R_{\theta_c}$  s'est adaptée au changement

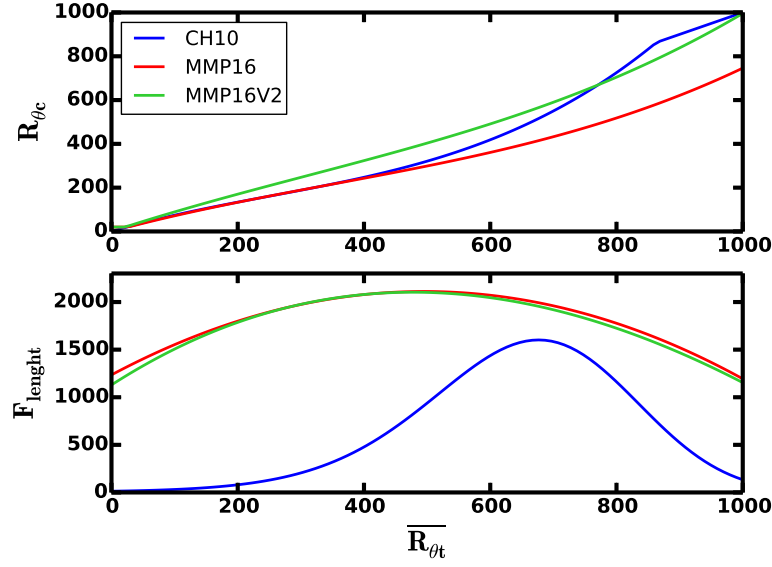


FIGURE 3.11 – Tracé des fonctions  $R_{\theta_c}$  et  $F_{length}$  pour le modèle CH10 et notre nouveau modèle.

TABLE 3.1 – Valeur de la fonction coût pour nos différents modèles, et comparaison au modèle CH10

	CH10	CH10 $s_1 = 10$	MMP16 (Simplex)	Kriging	MMP16V2
$\varepsilon$	0,0334	0,0299	0,0271	0,0268	0,0277
gain	×	10,4%	18,9%	19,6%	17,0%

de constante en augmentant légèrement. En effet, le passage de  $s_1 = 2$  à  $s_1 = 10$  correspond à une activation plus rapide de  $\gamma_{sep}$ , que l'on doit de ce fait activer plus en aval ( $R_{\theta_c}$  plus grand).

Deuxième point intéressant, nous avons un second modèle fournissant de meilleurs résultats que le modèle CH10 sur les cas T106C, mais formulé de façon légèrement différente. Bien que le modèle MMP16V2 soit en léger retrait par rapport au modèle MMP16 sur les cas T106C, son utilisation sera peut-être plus pertinente sur d'autres cas.

Nous avons ainsi montré que nos modèles fournissaient des résultats améliorés par rapport au modèle CH10. Nous retenons en particulier le modèle MMP16 que nous considérons comme la nouvelle version de référence du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  pour les calculs d'aubes de turbine basse pression. Nous allons maintenant évaluer ce modèle MMP16 sur d'autres cas de calcul afin de débiter l'étude de son applicabilité.

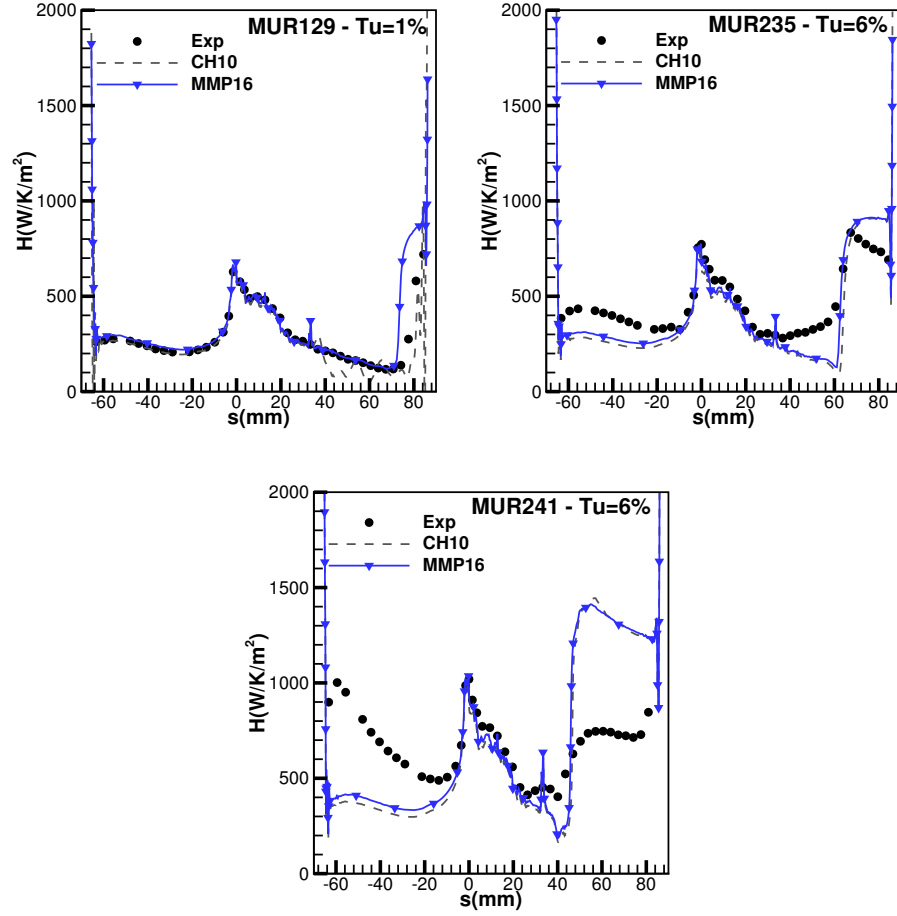


FIGURE 3.12 – Évaluation du modèle MMP16 sur le cas LS89.

### 3.3.4 Application du modèle MMP16 au cas LS89

Dans les paragraphes précédents, nous avons obtenu un nouveau modèle pour les cas de turbine basse pression. Ce modèle doit maintenant être appliqué à un grand nombre de cas afin de connaître le domaine d'applicabilité de ce dernier. Ce travail approfondi n'a pas pu être effectué durant cette thèse. Nous l'avons seulement débuté par l'application au cas LS89 du modèle MMP16.

Les résultats fournis par le modèle MMP16 sur ce cas sont présentés sur la figure 3.12. Nous pouvons voir que notre nouveau modèle donne des résultats quasiment identiques au modèle CH10. Ceci est remarquable, car notre optimisation sur des cas avec bulbe de décollement ne semble pas restreindre notre modèle à des cas détachés uniquement. En effet, sur cette aube de redresseur haute pression, les abscisses de transition sont bien représentées, mis à part à l'intrados du cas MUR241, où la transition n'est pas capturée. Les écarts observés sur la couche limite laminaire à l'intrados du cas MUR235 ainsi que sur la zone pré-transitionnelle à l'extrados ont déjà été discutés à la section 2.13 du chapitre 2.

Ceci est à confirmer avec une ample campagne de validation, mais il semblerait que le modèle MMP16 soit aussi utilisable sur les aubes de turbine haute pression,

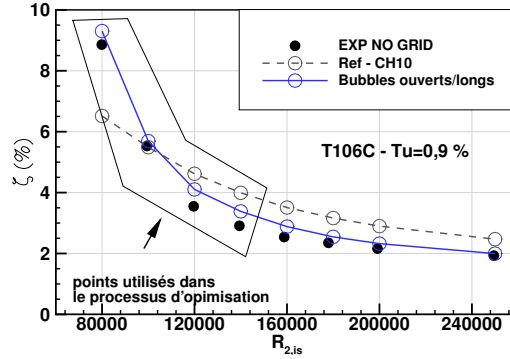


FIGURE 3.13 – T106C - Comparaison des résultats obtenus à l’aide du modèle CH10 et du modèles optimisé sur quatre cas de bulbes ouverts et longs

ce qui serait très intéressant.

### 3.3.5 Autres possibilités

Maintenant que nous avons une méthode permettant de calibrer le modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  sur une certaine gamme d’écoulement, nous pouvons nous poser la question suivante : ce modèle peut-il être calibré sur quelques écoulements très spécifiques ?

Nous avons ainsi appliqué le processus d’optimisation précédent sur les cas de bulbes long et ouverts à  $Tu = 0,9\%$  de la T106C, à savoir les cas  $R_{2,is} \in [80k - 140k]$ . Cette fois-ci, le point  $\{Tu = 0,9\%, R_{2,is} = 80k\}$  a été inclus dans le processus d’optimisation. Les résultats obtenus à l’issue de cet exercice sont présentés sur la figure 3.13.

Nous pouvons voir que le modèle capture très bien les points sur lesquels il a été optimisé, alors que ces points n’étaient pas très bien reproduits jusqu’à maintenant. Nous remarquons aussi que les autres points à  $Tu = 0,9\%$  sont aussi bien capturés, montrant que le modèle a tout de même une certaine généralité. Cette généralité reste limitée, car les résultats à  $Tu = 1,8\%$  et  $Tu = 3,2\%$  (non présentés) sont très mauvais voir ne convergent pas.

Le modèle présenté ici n’a aucune valeur applicative. L’idée dans ce paragraphe est simplement de faire la démonstration que le modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  peut être recalibré pour fournir des résultats très proches des données sur des domaines d’écoulement très limités. On peut par exemple imaginer utiliser cette méthode pour représenter plus finement une expérience en se basant sur les données mesurées puis utiliser le calcul ainsi obtenu pour avoir accès à des données que l’on ne peut pas mesurer.

## Conclusions

Nous tirons deux résultats principaux de ce chapitre. Tout d’abord, nous avons développé une méthode de recalibration du modèle de transition  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  directement sur des calculs RANS, alors que ceci était pratiqué initialement dans des codes de couche limite. Cette méthode a été difficile à obtenir. Nous tenons ainsi à mettre à

## Obtention de nouvelles versions du modèle $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ par recalibration sur les cas T106C

---

avant le constat suivant : lors de la mise en place de nouvelles méthodes reposant sur des processus d'optimisation, nous nous focalisons souvent sur le temps de restitution de la méthode (convergence des algorithmes, coût en temps de chaque calculs, possibilité d'avoir des actions en temps masqué, etc.). Cependant, il est important de garder en tête que le temps nécessaire à l'obtention d'un problème correctement formulé peut être long.

Le deuxième résultat principal est l'obtention de la version MMP16 du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ , qui est dédiée aux écoulements de turbine basse pression. Ce modèle semble très intéressant sur les cas T106C, mais demande à être validé sur d'autres cas afin de connaître son domaine d'applicabilité de façon plus précise.





# Extension du modèle $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ aux parois rugueuses

## Sommaire

---

4.1	Présentation du modèle de Stripf <i>et al.</i> . . . . .	116
4.2	Implantation de la correction de Stripf <i>et al.</i> dans le modèle $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ . . . . .	117
4.3	Mise en place du cas KIT-LPTV sur paroi lisse . . . . .	118
4.3.1	Présentation du cas KIT-LPTV . . . . .	118
4.3.2	Premiers calculs sur surface lisse . . . . .	119
4.3.3	Étude de l'influence de la température de paroi . . . . .	122
4.4	Validation de l'extension aux parois rugueuses du modèle $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ à l'aide de la configuration KIT-LPTV . . . . .	126
4.4.1	Évaluation de l'implantation de la correction de Stripf <i>et al.</i> au niveau de $R_{\theta_t}$ . . . . .	126
4.4.2	Évaluation de l'implantation de la correction de Stripf <i>et al.</i> au niveau de $R_{\theta_c}$ . . . . .	129
4.5	Évaluation de l'extension aux parois rugueuses du modèle $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ sur le cas T106C . . . . .	135
4.6	Détails sur la mise en données d'un calcul . . . . .	137

---

Le modèle de transition  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  permet d'obtenir une estimation raisonnable de la position de la transition de couche limite sur paroi lisse. Cependant, la transition peut être influencée par le niveau de rugosité de la surface. En particulier, si les rugosités entraînent le déclenchement de la transition en amont du point de décollement laminaire théorique en surface lisse, ce décollement sera supprimé. Vu nos efforts pour améliorer la prévision de la transition par bulbe de décollement par le modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ , il paraît intéressant que ce dernier puisse prendre en compte l'état des surfaces. Pour cela, nous allons implanter une méthode de prévision de la transition sur surfaces rugueuses développée par Stripf *et al.* (2009) au sein du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ .

## 4.1 Présentation du modèle de Stripf *et al.*

Stripf *et al.* (2009) ont développé un modèle complet de couches limites sur parois rugueuses intégrant l'effet des rugosités sur la transition, ainsi que sur les échanges thermiques et sur le coefficient de frottement des couches limites turbulentes. Ils proposent ainsi une correction de l'abscisse de transition, une fonction d'intermittence ainsi qu'une prise en compte des rugosités pour les couches limites turbulentes basée sur l'augmentation de surface mouillée et de surface frontale. Leur approche est différente de la nôtre car ils travaillent dans un code de couche limite. Nous allons ainsi tenter de transposer une partie du modèle de Stripf *et al.* à notre approche  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ .

En effet, Stripf *et al.* (2009) parviennent à obtenir une mesure du déplacement de la transition vers le bord d'attaque en fonction de la hauteur de rugosité. Pour cela, ils se basent sur des essais d'aubes de turbines recouvertes de cônes tronqués. La forme de telles rugosités, obtenues par photolithogravure, peut être observée sur la figure 4.1. Cette large campagne d'essais permet à Stripf *et al.* d'obtenir le modèle suivant pour des rugosités de hauteur  $k$  :

$$R_{\theta_t} = \begin{cases} R_{\theta_t, \text{lisse}} ; & \text{si } \frac{k}{\delta_1} \leq 0,01 \\ \left[ \frac{1}{R_{\theta_t, \text{lisse}}} + 0,0061 f_{\Lambda} \left( \frac{k}{\delta_1} - 0,01 \right)^{f_{Tu}} \right]^{-1} ; & \text{si } \frac{k}{\delta_1} > 0,01 \end{cases} \quad (4.1)$$

$$f_{Tu} = \max [0,9 ; 1,61 + 1,15 \exp(-Tu)] \quad (4.2)$$

$$f_{\Lambda} = \begin{cases} 1,028 (1 - \Lambda_R^{-2}) ; & \Lambda_R < 6 \\ 1 & 6 \leq \Lambda_R \leq 7 \\ 0,3 + [1,43 + 0,01 (\Lambda_R - 7)^{2,7}]^{-1} ; & \Lambda_R > 7 \end{cases} \quad (4.3)$$

où  $Tu$  est exprimé en pour-cents et où  $\Lambda_R$  est un paramètre d'espacement des rugosités.

C'est cette partie du modèle que nous allons tenter d'implanter au sein du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ .

Nous avons retenu le modèle de Stripf *et al.* car c'est un modèle récent, développé directement sur des cas de turbines HP et BP. Sa forme relativement simple rend l'implantation de ce modèle possible dans un grand nombre de méthodes de modélisation de la transition. De plus, les essais associés portent sur des géométries ouvertes, ce qui est idéal pour la validation des résultats.

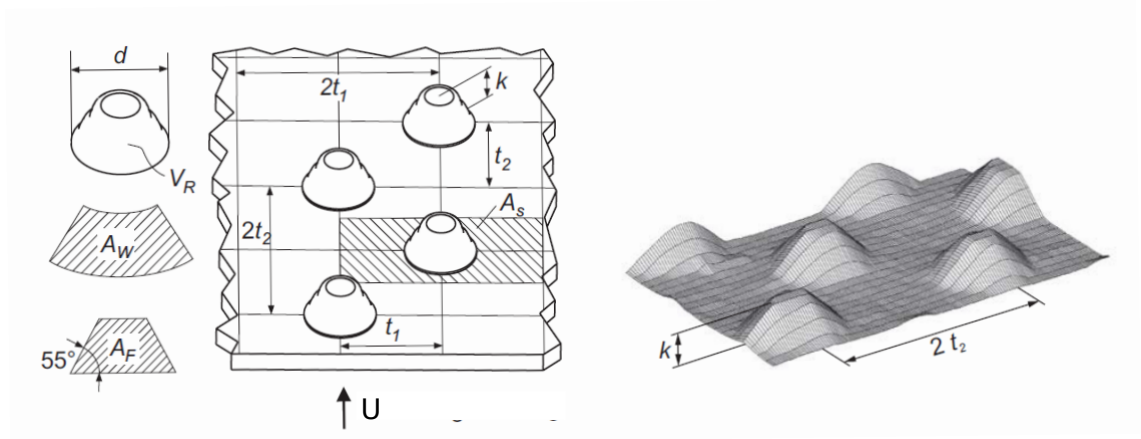


FIGURE 4.1 – Forme des rugosités utilisée pour la construction du modèle de Stripf *et al.* (2009)

## 4.2 Implantation de la correction de Stripf *et al.* dans le modèle $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$

Sur le principe, le modèle de Stripf *et al.* se présente sous la forme d’une correction du nombre de Reynolds de transition, et peut être directement utilisée avec le modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ . Cependant, une difficulté apparaît : le modèle de Stripf *et al.* demande le calcul de l’épaisseur de déplacement  $\delta_1$ , donnée non calculée dans un cadre  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ .

Le code *elsA* incorpore cependant des routines pour le calcul des grandeurs intégrales de couche limite, car ces dernières sont souvent nécessaires pour d’autres approches de modélisation de la transition. L’appel à ces routines lors d’un calcul avec le modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  demande un travail de codage significatif, mais est transparent, en terme de mise en données, pour l’utilisateur<sup>1</sup>.

Le calcul de  $\delta$  et  $\delta_1$  à chaque itération entraîne tout de même un surcoût en temps de calcul d’environ 100% par rapport à une configuration lisse. Pour réduire ce sur-coût on pourrait imaginer ne calculer ces grandeurs intégrales que toutes les  $n$  itérations, comme dans la méthode par critère.

Pour leurs calculs, Stripf *et al.* choisissent d’appliquer leur correction de nombre de Reynolds de transition à une nouvelle corrélation pour  $R_{\theta_t}$  (qui prend une forme similaire à celle de Mayle ou Schiele). Au chapitre 2, nous avons fait le choix de conserver la corrélation de Langtry (2006) pour  $R_{\theta_t}$ . Nous allons ainsi dans un premier temps implanter la correction de Stripf *et al.* au niveau de la corrélation de Langtry (eq. (1.70)).

Cependant, vu l’approche quelque peu singulière du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ , la notion de nombre de Reynolds de transition est présente sous différentes formes ( $R_{\theta_t}$ ,  $\overline{R_{\theta_t}}$  et  $R_{\theta_c}$ ). Nous testerons ainsi dans un second temps d’implanter la correction de Stripf

1. L’utilisateur peut éventuellement intervenir sur le calcul de l’épaisseur de couche limite  $\delta$  en spécifiant la méthode de calcul ainsi qu’en choisissant différentes valeurs pour les limites (voir paragraphe 4.6)

*et al.* directement au niveau de  $R_{\theta_c}$  (eq. (1.75)), c'est-à-dire au plus proche du critère de transition.

Stripf nous a fourni un grand nombre de données expérimentales issues de ses essais sur turbine basse-pression. Nous allons ainsi pouvoir valider notre implantation de son modèle directement sur ses essais. Avant de procéder à des calculs sur parois rugueuses nous devons d'abord évaluer les capacités du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  à représenter les configurations lisses de cette aube BP.

### 4.3 Mise en place du cas KIT-LPTV sur paroi lisse

Stripf (2007) de l'Institut de Technologie de l'Université de Karlsruhe (KIT) a procédé à une vaste campagne d'essais sur une aube de turbine HP ainsi que sur une aube de turbine BP. Nous allons nous intéresser dans ce chapitre à ses essais sur turbine BP, configuration que nous désignerons par « KIT-LPTV » et que nous allons maintenant présenter.

#### 4.3.1 Présentation du cas KIT-LPTV

L'aube KIT-LPTV est une aube de turbine basse pression faiblement chargée, testée à des nombres de Mach variants de 0,04 à 0,2, des nombres de Reynolds variants de 75 000 à 450 000 et des taux de turbulence variant de 0,4% à 10%. L'aube, de corde 113 mm, est refroidie par canaux internes afin de permettre des mesures de flux thermique le long de la corde. Ces derniers permettent la mise en évidence de l'abscisse de transition. La température amont est ainsi de l'ordre de  $T_1 = 350$  K pour une température de paroi de l'ordre de  $T_p = 300$  K. L'aube KIT-LPTV ainsi que le maillage sont représentés sur la figure 4.2. Le maillage est 2D et contient environ 250 000 points. Le  $y^+$  moyen est de 0,36 et nous avons 40 points dans la couche limite la plus fine au niveau du bord de fuite.

Stripf *et al.* ont notamment réalisé un travail important de caractérisation de la turbulence en amont de la section d'essais et fournissent ainsi la valeur amont de  $\frac{\mu_t}{\mu}$  pour chaque écoulement. Les différentes conditions d'écoulement sont résumées dans le tableau 4.1 et les relevés de vitesse sur la figure A.12 en annexe.

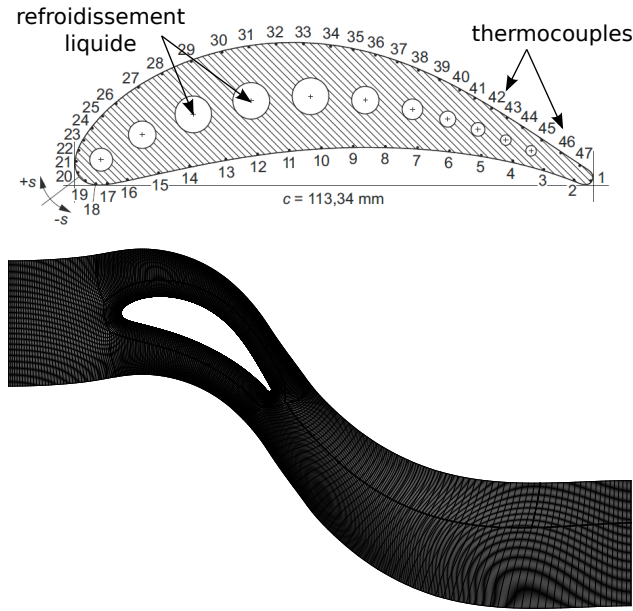


FIGURE 4.2 – Représentation de l'aube KIT-LPTV ainsi que du maillage utilisé pour les calculs de ce chapitre

Écoulement	$R_1$	$R_{2,is}$	$M_1$	$M_{2,is}$	$Tu_1$ (%)	$R_T$
x-0-1-1	$75 \cdot 10^3$	$130 \cdot 10^3$	0,04	0,06	0,4	21
x-0-1-2	$75 \cdot 10^3$	$130 \cdot 10^3$	0,04	0,06	4,6	61
x-0-1-3	$75 \cdot 10^3$	$130 \cdot 10^3$	0,04	0,06	10,0	96
x-0-2-1	$150 \cdot 10^3$	$260 \cdot 10^3$	0,08	0,13	0,4	30
x-0-2-2	$150 \cdot 10^3$	$260 \cdot 10^3$	0,08	0,13	4,6	86
x-0-2-3	$150 \cdot 10^3$	$260 \cdot 10^3$	0,08	0,13	10,0	136
x-0-3-1	$250 \cdot 10^3$	$430 \cdot 10^3$	0,12	0,21	0,4	38
x-0-3-2	$250 \cdot 10^3$	$430 \cdot 10^3$	0,12	0,21	4,6	112
x-0-3-3	$250 \cdot 10^3$	$430 \cdot 10^3$	0,12	0,21	10,0	175
x-0-4-1	$350 \cdot 10^3$	$600 \cdot 10^3$	0,17	0,30	0,4	45
x-0-4-2	$350 \cdot 10^3$	$600 \cdot 10^3$	0,17	0,30	4,6	132
x-0-4-3	$350 \cdot 10^3$	$600 \cdot 10^3$	0,17	0,30	10,0	208
x-0-5-1	$450 \cdot 10^3$	$780 \cdot 10^3$	0,20	0,38	0,4	51
x-0-5-2	$450 \cdot 10^3$	$780 \cdot 10^3$	0,20	0,37	4,6	150
x-0-5-3	$450 \cdot 10^3$	$780 \cdot 10^3$	0,20	0,38	10,0	237

TABLE 4.1 – Conditions d'écoulements pour les cas KIT-LPTV

### 4.3.2 Premiers calculs sur surface lisse

Afin de caractériser les capacités du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  sur le cas KIT-LPTV, nous avons commencé par réaliser des calculs sur les configurations lisses. Le cas a ainsi été mis en données pour *elsA*, sous la forme de calculs RANS 2D stationnaires utilisant le modèle  $k\text{-}\omega\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  Wilcox en version CH10. Ces premiers calculs sont effectués

avec une température de paroi  $T_p = 295$  K,  $T_p$  moyenne annoncée par Stripf.

Les résultats donnés par nos calculs sont présentés sur la figure 4.3. Chaque sous-figure contient les résultats à un nombre de Reynolds et trois taux de turbulence différents. Nous voyons que globalement l'abscisse de transition est relativement bien capturée par le modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ , mais que la zone de transition est mal représentée à fort taux de turbulence. En effet, à  $Tu_1 = 0,4$  %, l'accord entre les calculs et les mesures au niveau de la zone de transition est excellent. Cependant, à plus fort taux de turbulence la zone de transition s'étale expérimentalement, mais pas dans les calculs.

Ceci est particulièrement marqué à  $Tu_1 = 10$  %, où la couche limite quitte son état laminaire très tôt (sauf à  $R_1 = 75\,000$ ). Une fois que la couche limite quitte son état laminaire, les flux de chaleur augmentent lentement avant d'atteindre des valeurs correspondant à l'état tout turbulent. Ce phénomène est relativement étonnant compte tenu du fait que la transition bypass est un phénomène très rapide.

Nous n'avons pas d'explication exacte à ce phénomène, seulement deux hypothèses. Premièrement, l'écoulement est accéléré à l'extrados jusqu'à environ  $\frac{x}{c} = 0,6$ ; ce qui est stabilisant pour la transition. Cependant, les zones de transition s'étendent bien après cette abscisse. Le gradient de pression favorable ne peut ainsi pas à lui seul stabiliser la zone transitionnelle sur une telle longueur.

Notre deuxième hypothèse est que l'étalement apparent de la zone de transition ne soit en fait qu'un effet de post-traitement. En effet, les thermocouples utilisés pour la mesure de la température de paroi sont en fait insérés légèrement dans le profil puis recouverts d'un film métallique collé (les rugosités étant maquettées sur des films de ce type). Le flux de chaleur (et donc le nombre de Nusselt) est ensuite estimé à l'aide d'un processus itératif utilisant un code résolvant la thermique interne de l'aube, canaux de refroidissement compris. Bien que ce processus complexe semble bien maîtrisé par les équipes du KIT, la physique si étonnante mise en évidence ici nous amène tout de même à douter de la bonne représentation de la zone de transition.

Quoi-qu'il en soit, le modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  ne capture pas d'étalement de cette zone et propose une transition rapide au niveau de la déviation expérimentale des flux de chaleur de leur état laminaire.

Nous pouvons aussi voir que, sur certains cas, il y a un décalage en ordonnée des flux de chaleur entre les calculs et les essais. Ceci est particulièrement marqué au niveau des couches limites turbulentes. Ceci pourrait venir de l'utilisation d'une valeur inexacte de la température de paroi. Afin d'étudier cette hypothèse, nous allons nous pencher sur les relevés expérimentaux de  $T_p$  et voir dans quelle mesure ils pourraient nous permettre d'améliorer notre mise en données.

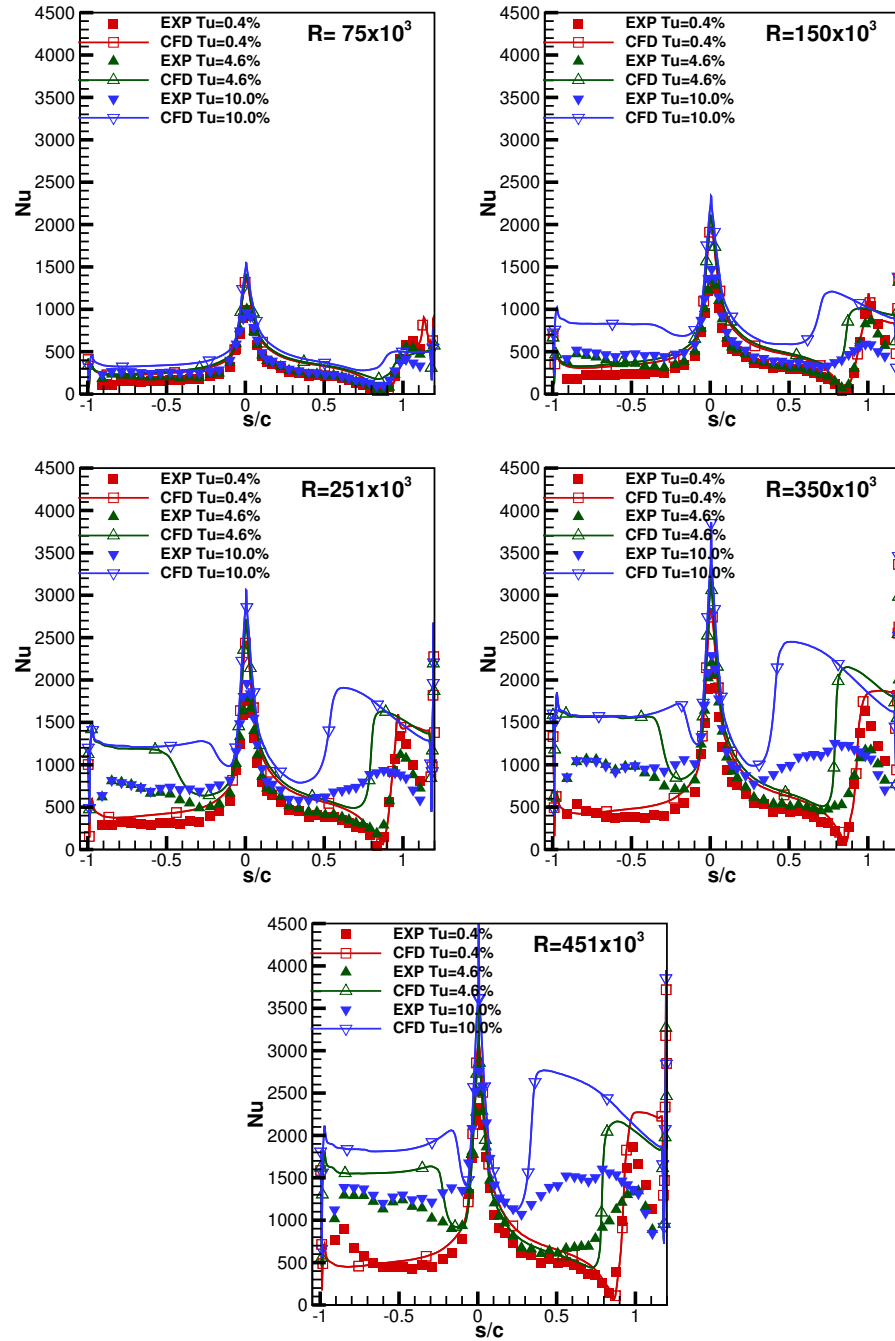


FIGURE 4.3 – KIT-LPTV - Calculs sur paroi lisse à  $T_p = 295$  K. Les abscisses négatives correspondent à l'intrados, les positives à l'extrados.



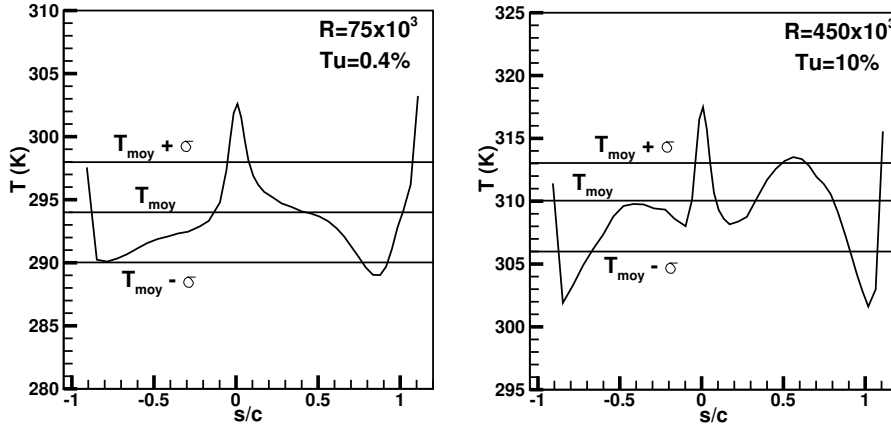


FIGURE 4.4 – KIT-LPTV - Relevés expérimentaux de température pariétale avec mise en évidence de la moyenne et de l'écart type

### 4.3.3 Étude de l'influence de la température de paroi

L'aube KIT-LPTV étant refroidie par de l'eau circulant dans des canaux internes, la température de paroi n'est pas strictement homogène. La figure 4.4 présente deux relevés expérimentaux de température pariétale. On voit que la  $T_p$  varie tout de même significativement le long de la corde, mais aussi que la température moyenne n'est pas forcément proche de la valeur 295 K retenue en première approximation. L'idéal serait ainsi de pouvoir utiliser la température de paroi expérimentale dans nos calculs, mais ceci n'est pas directement possible avec notre méthode de calcul. Nous allons dès lors caractériser l'influence de la  $T_p$  sur nos résultats, notamment en terme d'abscisse de transition.

Nous avons ainsi, pour chaque cas d'essai, identifié la température pariétale moyenne  $T_{p,moy}$  ainsi que l'écart  $\sigma$  type des relevés de  $T_p$  le long de la corde. Pour chaque cas lisse, nous avons réalisé des calculs à  $T_p = T_{p,moy} - \sigma$ ,  $T_p = T_{p,moy}$  et  $T_p = T_{p,moy} + \sigma$  où  $\sigma$  est l'écart-type. Une partie de ces résultats est présentée sur la figure 4.5.

Nous pouvons voir que la température pariétale influence les niveaux de flux de chaleur uniquement à partir de  $R_1 = 250\,000$ , avec une influence nettement plus prononcée au niveau des couches limites turbulentes. Ces variations de  $T_p$  permettent effectivement, dans certains cas, de corriger les écarts verticaux entre les calculs et les essais. En particulier, les calculs à  $T_p = T_{p,moy} + \sigma$  sont souvent plus proches des expériences. Cependant, les relevés de température pariétale présentés sur la figure 4.4 ne nous permettent pas de justifier l'utilisation systématique de la valeur  $T_p = T_{p,moy} + \sigma$ .

En absence de critère nous permettant de choisir finement la température  $T_p$  pour chaque cas, nous retenons le choix  $T_p = T_{p,moy}$  pour l'ensemble des calculs. Il faut ainsi garder en tête les écarts présentés sur la figure 4.5, sur laquelle les fuseaux créés par les courbes à  $T_p = T_{p,moy} - \sigma$  et  $T_p = T_{p,moy} + \sigma$  peuvent être vus comme des barres d'erreur.

Ce que nous retenons surtout de cette figure c'est que la température de paroi n'a aucune influence sur la modélisation de la transition. En effet, le modèle  $\gamma\overline{R_{\theta_t}}$  n'y est pas sensible. Ainsi, sur le plan de la modélisation de la transition à l'aide du modèle  $\gamma\overline{R_{\theta_t}}$ , l'utilisation d'une  $T_p$  constante ne semble pas être une hypothèse restrictive.

L'ensemble des 15 calculs sur paroi lisse à  $T_p = T_{p,\text{moy}}$  sont présentés sur la figure 4.6

Bien que le choix d'utiliser la température de paroi moyenne plutôt qu'une température arbitraire améliore la prévision des flux de chaleurs, la modélisation de la zone de transition reste inchangée. Nous concluons ainsi que le modèle  $\gamma\overline{R_{\theta_t}}$  semble adapté à la prévision de l'abscisse de transition sur les cas KIT-LPTV mais qu'il ne parvient pas à représenter l'étalement de la zone de transition à fort taux de turbulence. On ne peut a priori pas espérer un meilleur comportement sur paroi rugueuse. Notre objectif pour la prise en compte des rugosités est ainsi la capture de l'influence de ces dernières sur l'abscisse de transition et non sur la zone de transition.

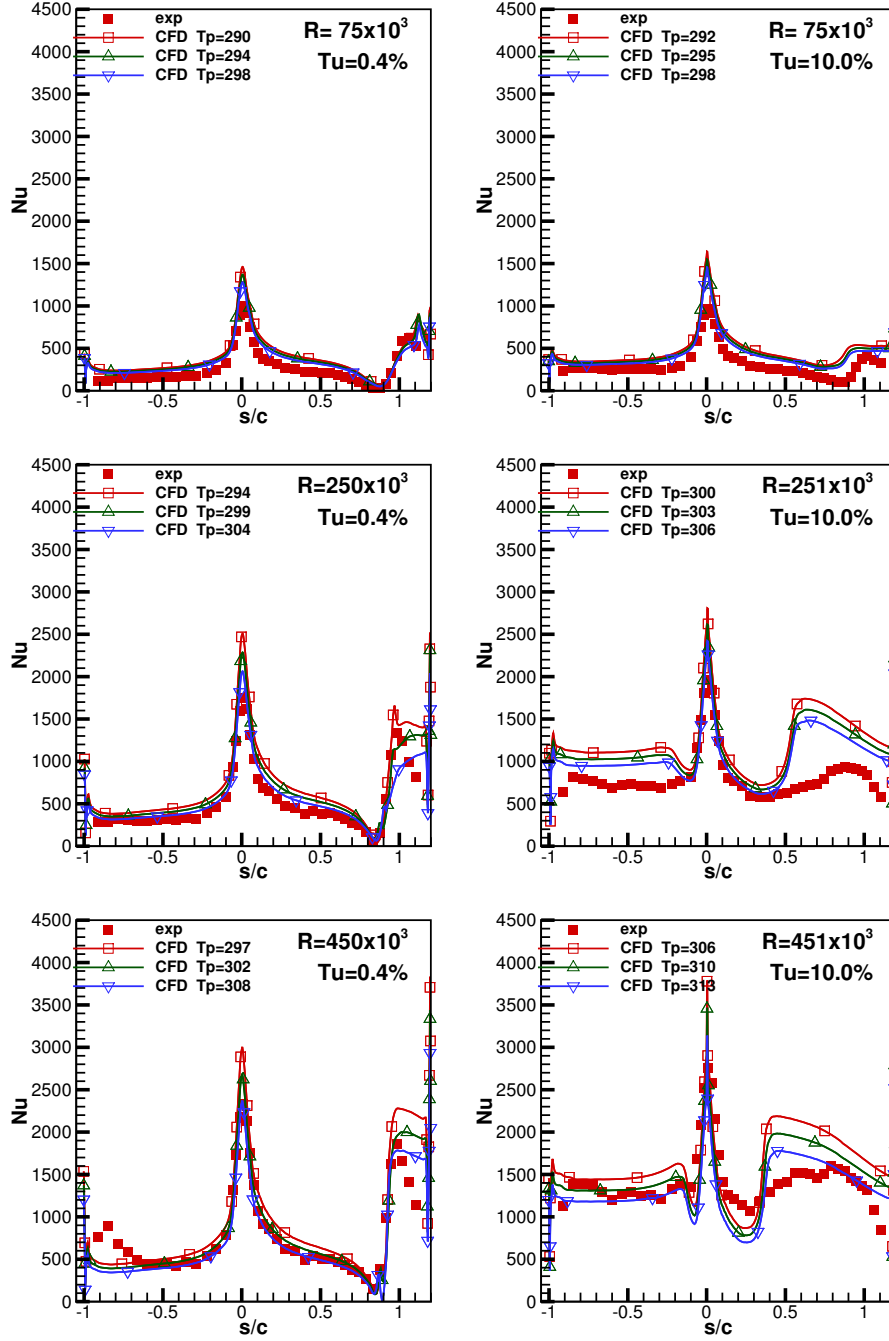


FIGURE 4.5 – KIT-LPTV - Étude de l'influence de la température pariétale - calculs à  $T_p = T_{p,moy} - \sigma$  (—),  $T_p = T_{p,moy}$  (—) et  $T_p = T_{p,moy} + \sigma$  (—)

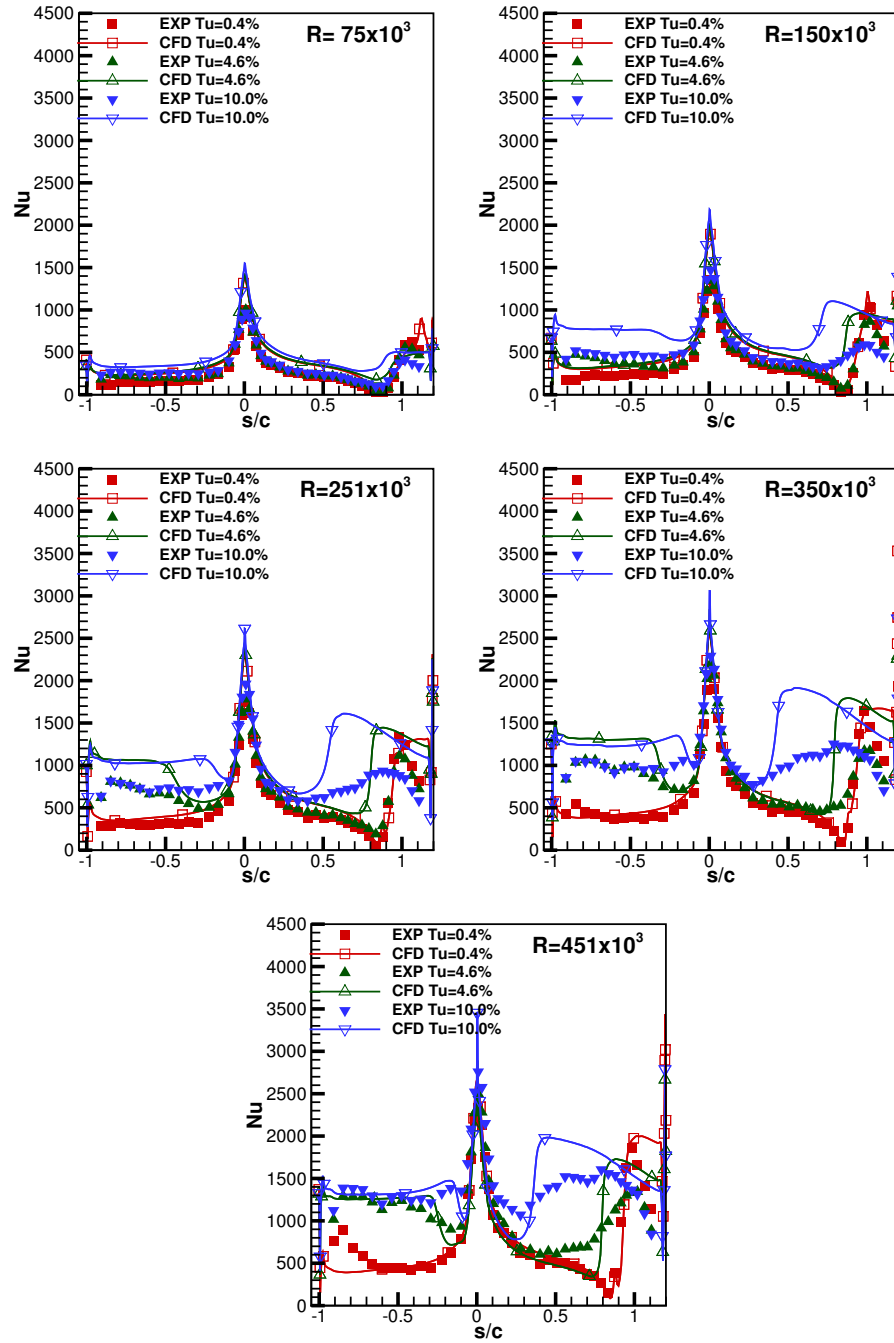


FIGURE 4.6 – KIT-LPTV - Comparaison de distributions de nombres de Nusselt sur paroi lisse entre les essais et les calculs à  $T_p = T_{p,moy}$

## 4.4 Validation de l'extension aux parois rugueuses du modèle $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ à l'aide de la configuration KIT-LPTV

Maintenant que nous connaissons le comportement du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  sur paroi lisse, nous pouvons nous attacher à évaluer notre extension aux parois rugueuses.

Un grand nombre de rugosités de type cônes tronqués ont été maquetées lors des essais aux KIT. Les rugosités varient en hauteur ainsi qu'en densité. Pour chaque rugosité, Stripf (2007) fournit aussi une estimation de la hauteur de grain de sable équivalent  $k_s$  au travers de la corrélation Waigh et Kind (1998). Celle-ci nous permet la prise en compte des rugosités dans les couches limites turbulentes.

Nous avons demandé à avoir accès à seulement une partie de cette vaste campagne d'essais. Les caractéristiques des rugosités traitées dans ce chapitre sont résumées dans le tableau 4.2.

Nom	$k(\mu\text{m})$	$d(\mu\text{m})$	$t1(\mu\text{m})$	$t2(\mu\text{m})$	$\Lambda_R$	$k_s(\mu\text{m})$	$Ra(\mu\text{m})$	Sk	Ku
27a	27	80	60	100	4,0	56	8,6	1,1	-0,4
30a	30	180	120	200	2,4	36	13,0	0,3	-1,7
30b	30	140	120	200	4,3	94	9,9	1,2	-0,2
30c	30	100	120	200	9,6	45	5,3	2,6	5,0
50a	50	200	225	300	6,2	103	12,5	1,8	1,6
90	90	200	220	220	6,1	282	20,8	1,7	1,7
40rnd	40	N.A.	N.A.	N.A.	8,6	N.A.	6,7	2,6	6,5

TABLE 4.2 – Caractéristiques de quelques rugosités pour les cas KIT-LPTV. Pour plus de détails, voir aussi le tableau A.1 de l'annexe A.5.

### 4.4.1 Évaluation de l'implantation de la correction de Stripf *et al.* au niveau de $R_{\theta_t}$

Comme nous l'avons expliqué auparavant, nous avons commencé par appliquer la correction de nombre de Reynolds de transition pour parois rugueuses de Stripf *et al.* à la variable  $R_{\theta_t}$  du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ . Ainsi, le nombre de Reynolds de transition  $R_{\theta_t}$  issue de la corrélation de Langtry est corrigé par le modèle de Stripf *et al.* pour prendre en compte les rugosités. C'est finalement la solution la plus naturelle pour implanter ce modèle au sein de modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ .

Quelques résultats de calculs avec ce nouveau modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  sont présentés sur la figure 4.7. Sur cette figure, chaque sous-figure présente les résultats pour un nombre de Reynolds donné, un taux de turbulence donné et trois niveaux de rugosité différents (27  $\mu\text{m}$ , 50  $\mu\text{m}$  et 90  $\mu\text{m}$ ). Nous voyons que notre modification du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  a bien permis de le rendre sensible aux rugosités de surface, mais que leur influence est surestimée. En effet, nos calculs prévoient une transition systématiquement trop en amont (sauf pour le calcul à  $R_1 = 75,000$ ,  $Tu_1 = 0,4\%$ ,  $k = 27\ \mu\text{m}$ ).

Ceci est dû au fait que la valeur du nombre de Reynolds de transition est calculé à la frontière de la couche limite puis advecté et diffusé à l'intérieur de celle-ci par l'intermédiaire de l'équation de transport pour  $\overline{R_{\theta_t}}$ . Ceci veut dire qu'au niveau de l'abscisse de transition, la valeur de  $R_{\theta_t}$  utilisée a été calculée quelques pourcents de corde en amont. Cette valeur est d'ailleurs corrigée par une fonction de corrélation pour donner  $R_{\theta_c}$ , la valeur corrigée de  $\overline{R_{\theta_t}}$ .

Cependant, notre modèle de rugosité est basé sur le rapport  $\frac{k}{\delta_1}$ . Si ce modèle est utilisé sur  $R_{\theta_t}$ , il se voit appliqué légèrement en amont de la transition c'est-à-dire à une abscisse où  $\delta_1$  est plus petit (et donc  $\frac{k}{\delta_1}$  plus grand). C'est cela qui entraîne la sur-estimation de la prise en compte des rugosités, car on mesure leur effet sur une couche limite plus fine qu'à la transition.

La correction de Stripf *et al.* doit ainsi être appliquée sur le nombre de Reynolds de transition à l'endroit où il intervient sur la production d'intermittence, c'est-à-dire sur  $R_{\theta_c}$ .

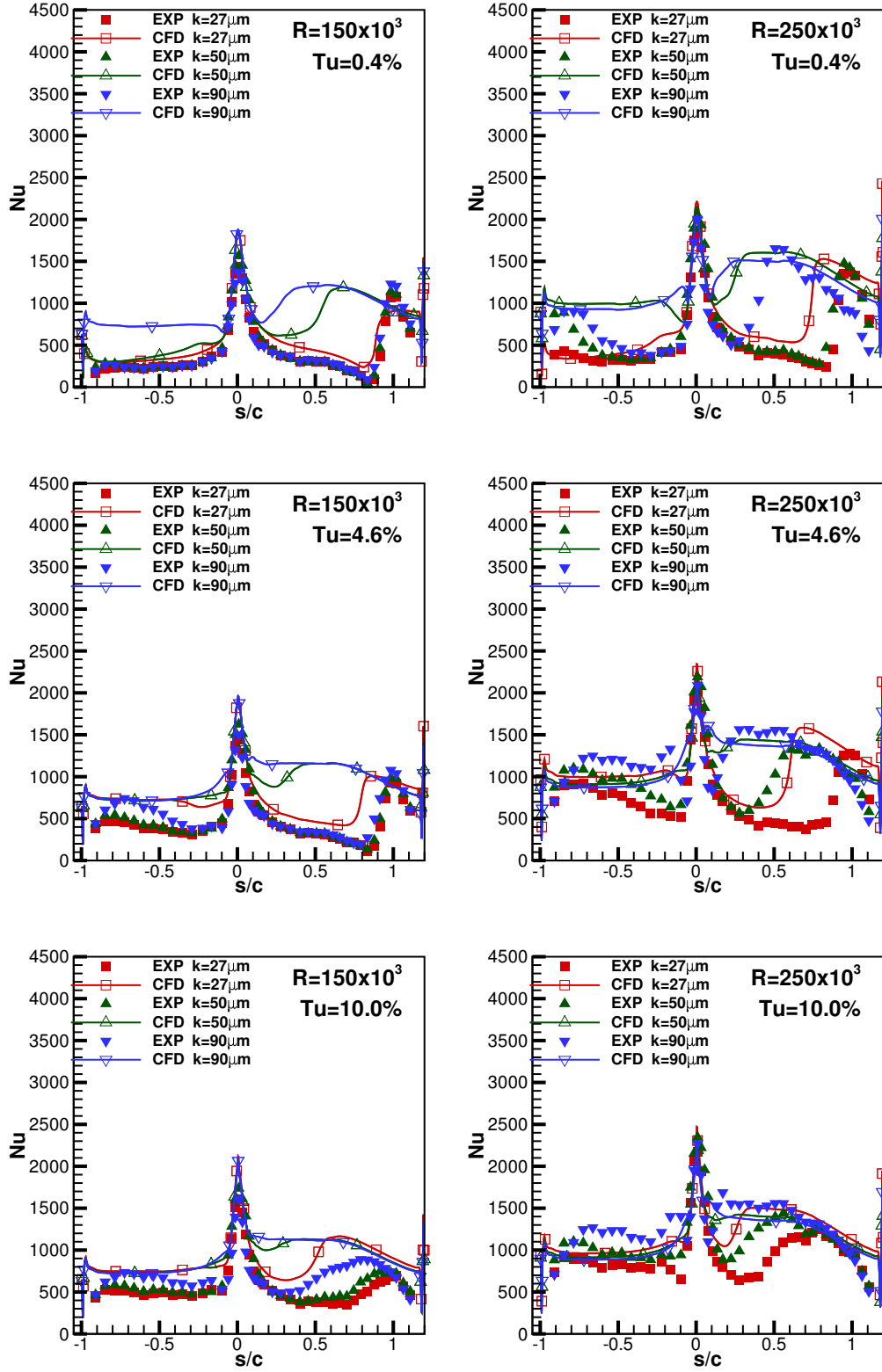


FIGURE 4.7 – KIT-LPTV - Prise en compte des rugosités grâce à la correction de  $R_{\theta_t}$

#### 4.4.2 Évaluation de l'implantation de la correction de Stripf *et al.* au niveau de $R_{\theta_c}$

Nous venons de voir que la correction de  $R_{\theta_t}$  par le modèle de Stripf *et al.* pour la prise en compte des rugosités n'était pas compatible avec la façon dont cette information est transférée à l'intérieur de la couche limite. Nous devons ainsi appliquer le modèle de rugosité sur  $R_{\theta_c}$ , le nombre de Reynolds de transition tel qu'il est utilisé au niveau de la production d'intermittence.

##### Sensibilité du modèle à la hauteur de rugosité

Quelques résultats de notre nouvelle version de l'extension aux parois rugueuses sont présentés sur la figure 4.8, où nous traçons les résultats pour deux nombres de Reynolds, trois taux de turbulence et trois hauteurs de rugosité différentes. L'idée ici est d'évaluer la sensibilité du modèle aux rugosités.

Nous voyons qu'à  $R_1 = 75\,000$ , les rugosités n'ont pas d'influence sur la transition expérimentalement. Ceci est bien reproduit dans nos calculs, montrant la capacité du modèle à correctement identifier les cas hydrauliquement lisses. À  $R_1 = 250\,000$ , l'influence des rugosités est très bien représentée par nos calculs, à part pour le cas  $Tu_1 = 0,4\%$ ,  $k = 90\,\mu\text{m}$ , où l'influence de la rugosité est sous-estimée (mais tout de même détectée). Tout comme pour les cas lisses, l'étalement de la zone de transition à  $Tu_1 = 10\%$  n'est pas correctement représenté par le modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ . Ainsi, pour le cas  $R_1 = 250\,000$ ,  $Tu_1 = 10\%$ ,  $k = 30\,\mu\text{m}$ , l'abscisse de transition est correctement capturée, mais le passage vers un état turbulent se fait trop rapidement.

Les tendances aux autres nombres de Reynolds sont similaires, avec l'apparition de décalages en ordonnée des flux de chaleur à plus fort nombre de Reynolds (tendance déjà observée sur les cas lisses). Ces résultats sont présentés dans l'annexe A.5.

À noter que l'ensemble des calculs prennent en compte les rugosités au niveau des couches limites turbulentes par l'intermédiaire de la hauteur de grain de sable équivalent estimée (modification de la condition de paroi pour  $\omega$ ).

Le modèle pour transition sur parois rugueuses de Stripf *et al.* semble cette fois-ci correctement intégré au modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ , avec une très bonne capture de l'effet de la hauteur des rugosités sur le déplacement vers l'amont de la transition. Nous allons pouvoir maintenant continuer l'évaluation de notre extension du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  en étudiant l'effet de la densité de rugosités.



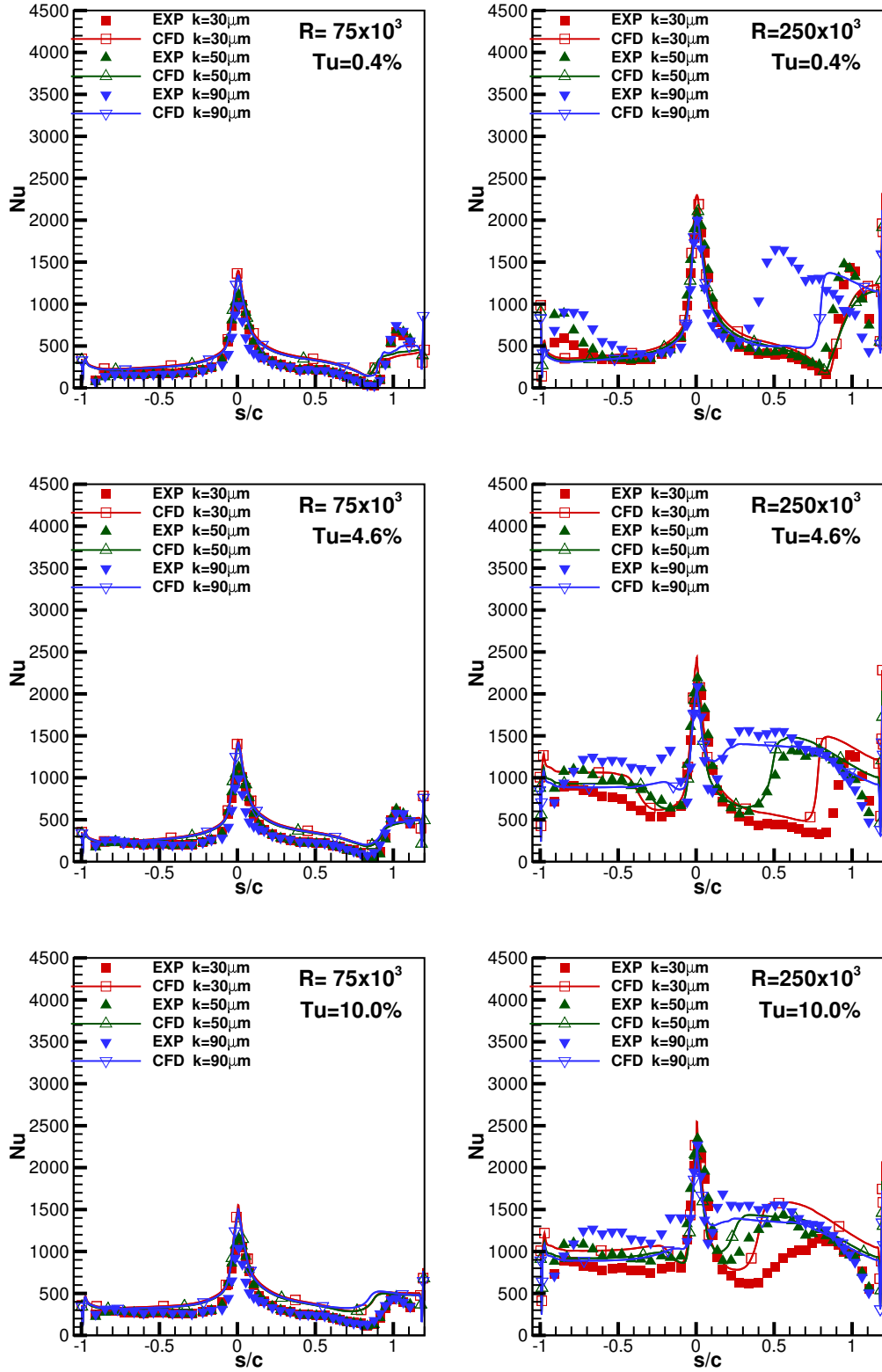


FIGURE 4.8 – KIT-LPTV - Évaluation de la sensibilité à la hauteur de rugosité de l'extension du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  aux parois rugueuses

### Sensibilité du modèle à la densité de rugosité

Pour chaque rugosité, Stripf (2007) fournit un paramètre de densité  $\Lambda_R$  :

$$\Lambda_R = \frac{k}{h_m} \quad (4.4)$$

où  $h_m$  est la hauteur moyenne des rugosités.

Plus  $\Lambda_R$  est grand, plus les rugosités sont espacées (densité faible). Ce paramètre de densité est pris en compte dans le modèle de Stripf *et al.* et est ainsi une entrée de nos calculs au même titre que la hauteur de rugosité.

Pour la rugosité de 30  $\mu\text{m}$  de hauteur, nous avons accès à trois densités différentes :

$$\Lambda_R \in \{2,4; 4,3; 9,6\}$$

Ces rugosités sont désignées respectivement 30a, 30b, et 30c.

Une partie des résultats de calculs sur ces surfaces est présentée sur la figure 4.9. Nous voyons que globalement, la densité des rugosités influence très peu l'écoulement expérimentalement. Notre modèle capture effectivement cette absence d'influence à  $R_1 = 75\,000$  et  $R_1 = 250\,000$ . Cependant, il détecte une légère influence de  $\Lambda_R$  à  $R_1 = 350\,000$  alors qu'il n'y en a pas expérimentalement. Le modèle propose que les rugosités les moins denses (30b et 30c) induisent une transition légèrement plus en amont, ce qui n'est pas forcément ce à quoi nous nous attendons. Sauf qu'à  $R_1 = 450\,000$  les expériences mettent en évidence que c'est la rugosité de densité intermédiaire qui induit la transition la plus amont. Ceci montre bien que l'effet de la densité de rugosité sur la transition est très complexe.

Nous tirons ainsi la conclusion suivante de cette section : les effets de densité de rugosité sont de second ordre par rapport à leur hauteur. Notre méthode, dédiée à capturer les effets d'ordre 1 sur la transition (Tu, gradient de pression et hauteur de rugosité) ne semble pas adaptée à capturer les effets de la densité de rugosité de paroi à fort nombre de Reynolds.

Nous n'avons pour l'instant évalué notre extension aux parois rugueuses du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  que sur des rugosité de type cônes tronqués, géométries sur lesquelles la correction de Stripf *et al.* a été construite. Nous allons maintenant l'évaluer sur des rugosités forme aléatoire.

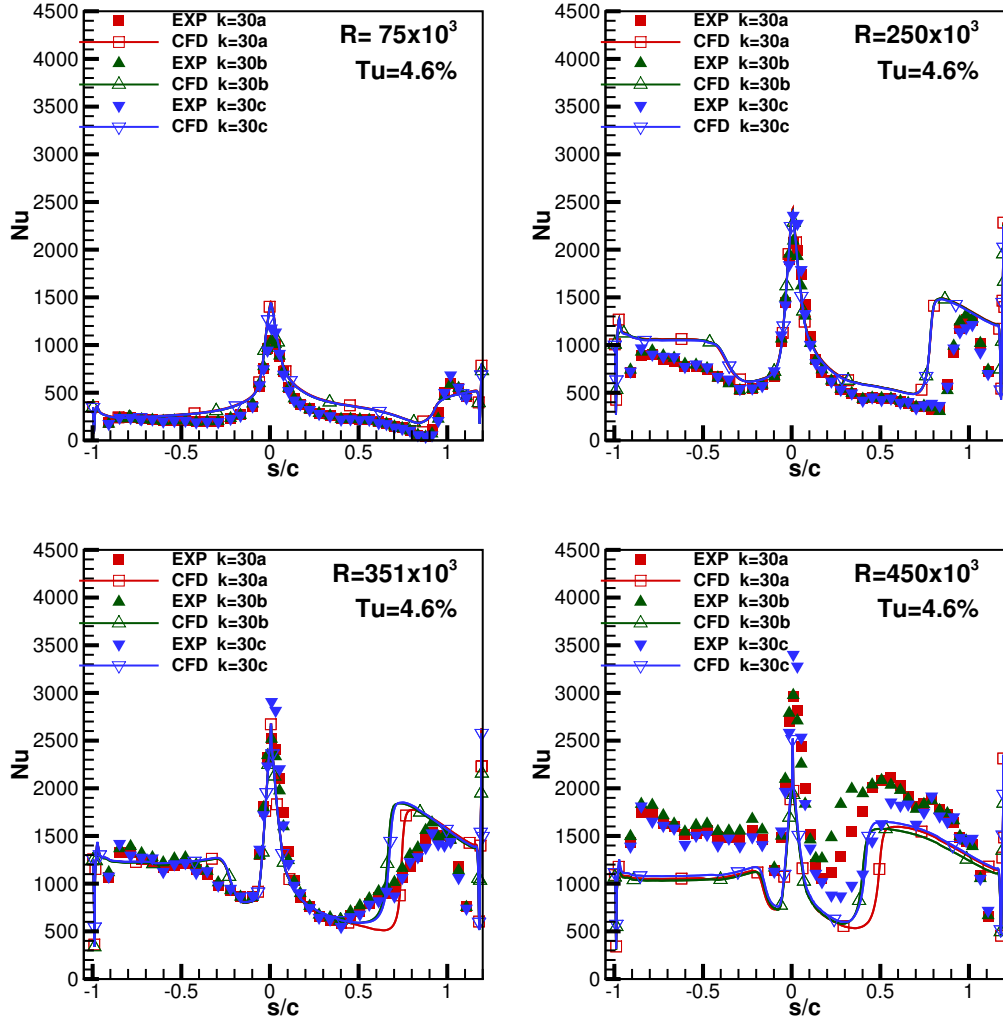


FIGURE 4.9 – KIT-LPTV - Évaluation de la sensibilité à la densité de rugosité de l'extension du modèle  $\gamma\overline{R_{\theta_t}}$  aux parois rugueuses

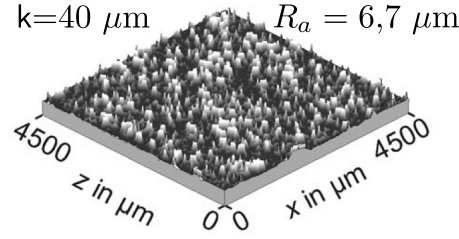


FIGURE 4.10 – KIT-LPTV - Topographie de la rugosité 40rnd

### Capacité du modèle à représenter l'influence de rugosités de forme aléatoire et réparties de façon aléatoires

Afin d'étudier leur modèle sur une autre configuration que des cônes tronqués Stripf *et al.* ont fabriqué une surface recouverte d'éléments rugueux aléatoires disposés aléatoirement. Un relevé de cette surface est présentée sur la figure 4.10, et nos résultats de calculs sur la figure 4.11.

Globalement, les abscisses de transition sur cette ces rugosités sont assez bien capturées par notre modélisation. À l'extrados des cas  $\{R_1 = 150\,000, Tu_1 = 10\,\%\}$  et  $\{R_1 = 250\,000, Tu_1 = 4,6\,\%\}$ , les expériences présentent un plateau de nombre de Nusselt qui n'est pas capturé par nos calculs, la modélisation prévoyant une transition abrupte au milieu de ces plateaux. À l'intrados, la transition n'est pas capturée à  $Tu_1 = 0,4\,\%$ , alors que les résultats sont excellents à  $Tu_1 = 4,6\,\%$  et  $Tu_1 = 10\,\%$  (sur le plan de la transition en tout cas). Notons que l'accord sur les flux de chaleur turbulents est assez bon (sauf à  $R_1 = 450\,000$ ) alors que cette rugosité ne peut pas être prise en compte dans la couche limite turbulente. En effet, la grandeur  $k_s^+$  n'est pas définie pour cette surface aléatoire.

Ces calculs pour des rugosités aléatoires constituent une première évaluation plutôt positive de l'extension du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  aux parois rugueuses sur des rugosités autres que des cônes tronqués. Cette évaluation doit ainsi être étendue à d'autres configurations afin de mieux connaître le domaine d'applicabilité de ce nouveau modèle. Ceci est particulièrement important vu que les résultats sur rugosités aléatoires sont légèrement en retrait en terme de prévision de l'abscisse de transition par rapport aux précédents résultats.

Dans ce chapitre, nous n'avons présenté que quelques résultats de calculs permettant de mettre en avant nos observations et analyses. L'intégralité des calculs sur les 120 configurations différentes est présentée sur les figures A.13 à A.26 des annexes A.4 et A.5.

Maintenant que le modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  est capable de prendre en compte les rugosités de surface, nous allons étudier dans quel cadre ce nouveau modèle peut être utilisé sur des configurations avec bulbe de décollement.

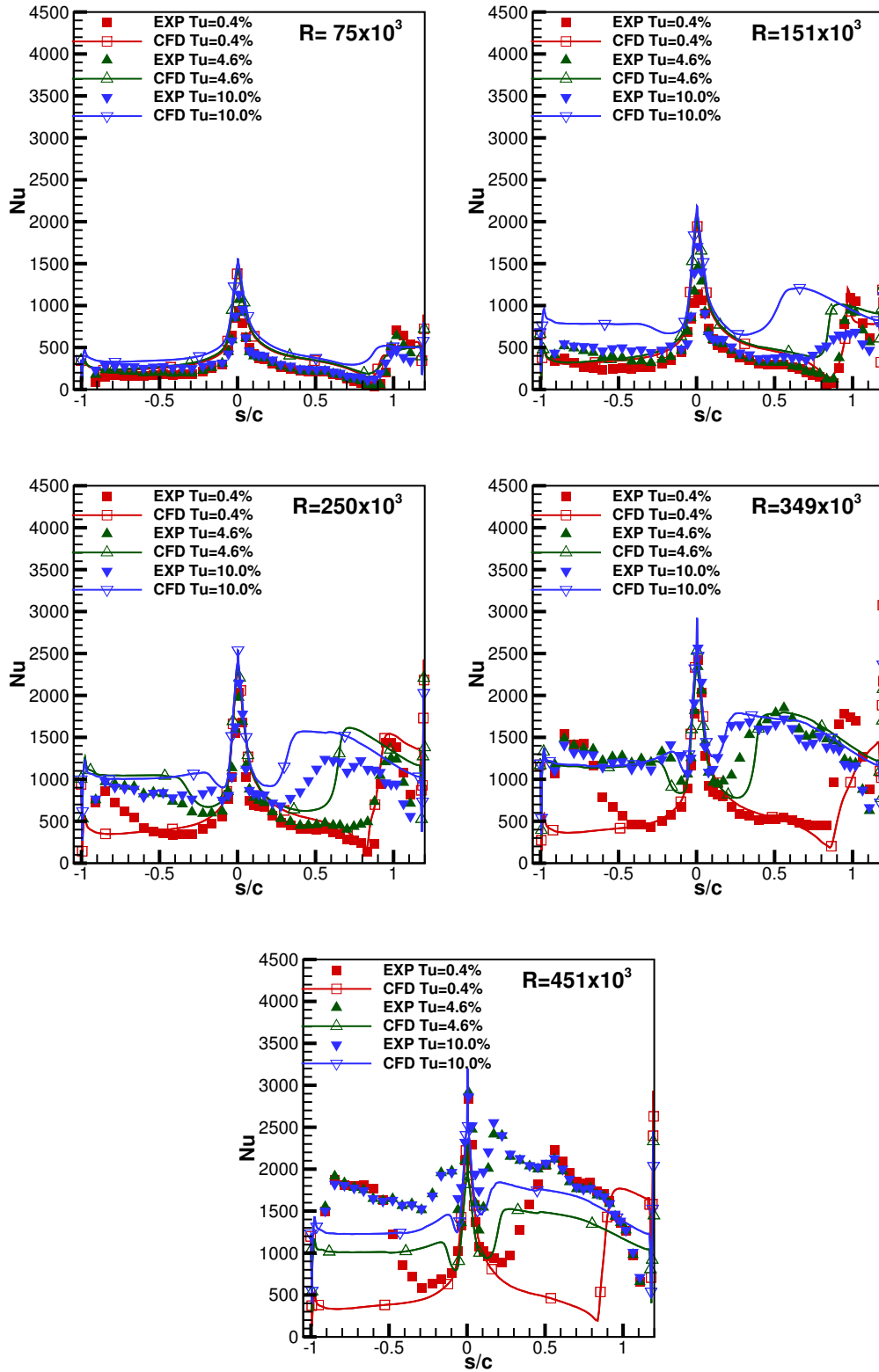


FIGURE 4.11 – KIT-LPTV - Évaluation de l'extension du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  aux parois rugueuses sur des rugosités aléatoires (40rnd)

## 4.5 Évaluation de l'extension aux parois rugueuses du modèle $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ sur le cas T106C

Sur une surface rugueuse, on observe une abscisse de transition qui remonte vers le bord d'attaque au fur et à mesure que la hauteur des rugosités augmente. De ce fait, sur des aubes de turbine fortement chargées comme la T106C, la présence de rugosité peut entraîner la transition de la couche limite avant l'abscisse où il y aurait eu décollement sur surface lisse. Ainsi, une transition précoce due aux rugosités peut supprimer le bulbe de décollement, changeant de façon importante le comportement aérodynamique de l'étage. C'est pour cela qu'il est important de prendre en compte, au moins sur une partie des calculs, les rugosités de surface lorsque que l'on cherche à modéliser des bulbes de décollement.

Le nouveau modèle a ainsi été testé sur la T106C. Sur ces cas, un problème apparaît sur la variable  $\gamma_{\text{sep}}$  lorsque la correction de Stripf *et al.* est activée (on a alors  $\gamma_{\text{sep}} = 2$  à l'extérieur de la couche limite). Cette variable est ainsi portée à  $\gamma_{\text{sep}} = 0$  partout (inhibition de cette partie du modèle), ce qui ne permet plus d'avoir une modélisation correcte des bulbes de décollement. Ceci est une moins grande limitation que l'on ne pourrait penser. Note : ce problème n'apparaît plus maintenant que la correction de Stripf est appliquée à  $R_{\theta_c}$ .

La correction de Stripf *et al.* a été construite pour prévoir l'évolution de la transition de couches limites *attachées* en présence de rugosités. Elle ne doit ainsi pas être utilisée pour prévoir des changements de forme de bulbes de décollement. L'intérêt de notre nouveau modèle sur des aubes type T106C est le suivant : il permet d'obtenir la hauteur de rugosité entraînant une transition de la couche limite en amont du point de décollement et donc la suppression du bulbe. La figure 4.12 présente l'influence des rugosités sur le facteur de forme de la couche limite pour le cas T106C à  $Tu = 3,2\%$ . Les cas où l'on a un décollement de la couche limite sont représentés en pointillés, ceux pleinement attachés en trait plein.

On voit sur cette figure que jusqu'à environ  $10\ \mu\text{m}$ , la présence de rugosités influence peu les résultats. À  $R_{2,\text{is}} = 80\,000$ , le bulbe est supprimé à partir de hauteur de rugosités de  $250\ \mu\text{m}$ , alors qu'à  $R_{2,\text{is}} = 160\,000$ ,  $50\ \mu\text{m}$  suffisent. En effet, la couche limite s'amincit quand le nombre de Reynolds augmente et devient ainsi plus sensible aux rugosités. À  $R_{2,\text{is}} = 160\,000$ , pour le cas  $500\ \mu\text{m}$ , la couche limite est pleinement turbulente (la courbe de  $H_i$  dévie notablement de la courbe lisse). Cependant, à  $R_{2,\text{is}} = 80\,000$ , le modèle prévoit une couche limite restant laminaire sur plus de la moitié de la corde en présence de rugosité de  $500\ \mu\text{m}$ .

La figure 4.13 présente les pertes pour le cas lisse, les rugosités de hauteur  $100\ \mu\text{m}$  et  $500\ \mu\text{m}$ . Le niveau de rugosité de  $100\ \mu\text{m}$  permet de supprimer le bulbe (sauf à  $R_{2,\text{is}} = 80\,000$ ) tout en gardant une grande partie de la couche limite laminaire. C'est donc le cas qui donne les pertes les plus faibles. On voit cependant que ceci ne permet pas de les réduire de façon significative. On remarque aussi que dès qu'une couche limite turbulente s'établit sur une grande partie de l'aube (rugosités de  $500\ \mu\text{m}$ ), les pertes augmentent notablement. Ceci est d'autant plus vrai que sur ces calculs, les rugosités n'ont pas été prises en compte dans la partie turbulente de la couche limite, entraînant probablement une sous-estimation des pertes.

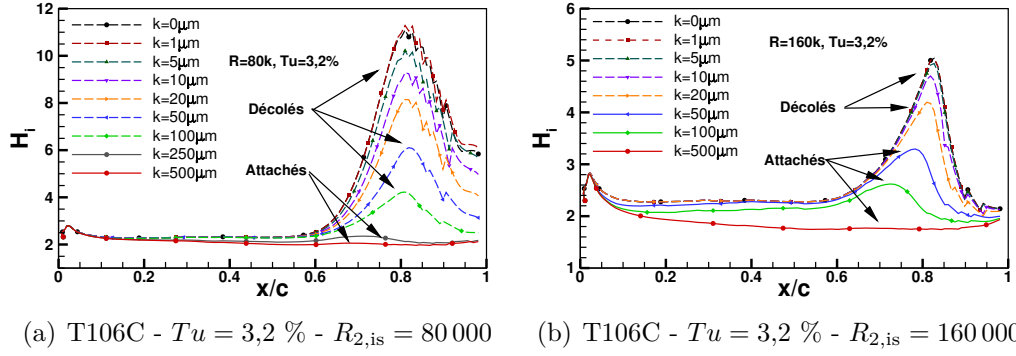


FIGURE 4.12 – T106C -  $Tu = 3,2 \%$  - Influence de la hauteur de rugosité sur le facteur de forme de la couche limite.

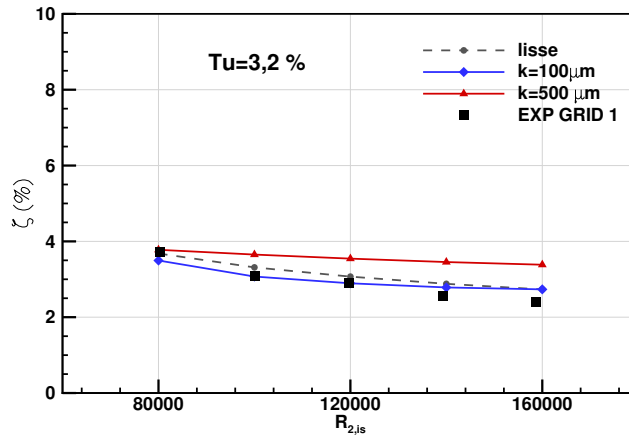


FIGURE 4.13 – T106C -  $Tu = 3,2 \%$  - Influence de la hauteur de rugosité sur les pertes aérodynamiques.

**Note sur les ordres de grandeur :** les ordres de grandeurs des rugosités mentionnés dans cette section peuvent paraître grands par rapport aux états de surface communément rencontrés en sortie d'usinage d'une aube réelle. Il est ainsi important de garder en tête que la T106C est une maquette de taille relativement grande ( $c = 93 \text{ mm}$ ). De plus, on utilise souvent le  $Ra$  pour caractériser l'état de surface. Or, sur des rugosités de type cône tronqué, la valeur de  $Ra$  est inférieure à la hauteur  $k$  (voir tableau 4.2). L'idée de ce paragraphe était de faire une démonstration des capacités de l'extension aux parois rugueuses du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  et non de proposer des recommandations pour les états de surfaces de turbines aéronautiques.

## 4.6 Détails sur la mise en données d'un calcul

La correction de Stripf *et al.* au sein du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  dans elsA s'active en utilisant les clés suivantes<sup>2</sup> :

```
model.set('trans_mod', 'menter') #Menter Langtry transition model
model.set('trans_rough_cor','stripf_extended') #Stripf et al. correction for rough surfaces
model.set('roughness_height_trans', 10.e-6) #Roughness height
model.set('roughness_dens_cor', 1) #f_Lambda density function, optional
model.set('delta_compute', 'second_order_bl') #Method for computation of the BL edge
model.set('linearratiolim', 5.e-4 )#Parameter for computation of the BL edge
```

## Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons réussi à intégrer une prise en compte de l'état de surface sur l'abscisse de transition au sein du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ . Nous tirons un bilan positif de ce travail. En effet, cette modification prend une forme relativement simple et a été intégrée de façon quasi-transparente pour l'utilisateur et ce malgré un important travail de modification du code. Surtout, les résultats sont en bon accord avec les essais de Stripf (2007).

Cette prise en compte des rugosités au niveau de la transition nous permet de compléter nos travaux d'amélioration de la modélisation des bulbes de décollement en ajoutant au modèle la capacité à prévoir la hauteur de rugosité induisant la disparition du bulbe.

Lorenz (2013) du KIT a récemment entrepris une vaste campagne d'essais similaire aux essais de Stripf (2007), mais sur une aube de turbine BP plus fortement chargée. Il serait ainsi très intéressant d'avoir accès à ces essais afin de continuer à valider notre extension du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  aux parois rugueuses.

Au travers des trois précédents chapitres, nous avons amélioré les capacités du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  à prévoir les bulbes de décollement et avons proposé une extension de ce dernier aux parois rugueuses. Ces travaux ont été réalisés à l'aide de modèles de turbulence  $k\text{-}\omega$  (majoritairement avec le  $k\text{-}\omega$  de Wilcox). Cependant, l'utilisation modèle du  $k\text{-}l$  de Smith est répandue en turbomachine. Nous allons ainsi maintenant voir en quelle mesure nos travaux sur le modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  peuvent s'appliquer dans un cadre  $k\text{-}l$ .

---

2. Ces développements ne sont pas encore disponibles dans la version officielle d'elsA.





# Extension du modèle de transition $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ au modèle de turbulence $k\text{-}l$ de Smith

## Sommaire

---

5.1	Couplage du modèle de transition $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ au modèle de turbulence $k\text{-}l$ de Smith . . . . .	140
5.2	Étude du dysfonctionnement du couplage $k\text{-}l\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ initial	142
5.3	Adaptation du modèle $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ au modèle $k\text{-}l$ . . . . .	144
5.4	Évaluation du modèle $k\text{-}l\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ sur des cas de turbine .	145
5.4.1	Évaluation du modèle $k\text{-}l\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ sur les cas LS89 . . . . .	145
5.4.2	Évaluation du modèle $k\text{-}l\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ sur les cas T106C . . . . .	148
5.5	Développement de nouvelles fonctions de corrélation spécifiques aux turbines basse-pression pour le modèle $k\text{-}l\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ . . . . .	151

---

Suite aux développements sur le modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ , nous avons maintenant un modèle adapté aux différents écoulements rencontrés au sein des turbines aéronautiques. Cependant, ces développements ont été effectués en utilisant des modèles de turbulence  $k\text{-}\omega$ . Or, en turbomachine, le modèle de turbulence  $k\text{-}l$  de Smith est aussi régulièrement utilisé. Nous allons ainsi maintenant voir dans quelle mesure ce dernier peut être utilisé couplé au modèle de transition  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ .

## 5.1 Couplage du modèle de transition $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ au modèle de turbulence $k\text{-}l$ de Smith

À la connaissance de l'auteur, l'utilisation du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  dans un cadre  $k\text{-}l$  n'a pas été étudié. Nous reprenons ainsi, en guise de point de départ, la même forme de couplage entre le modèle de transition et le modèle de turbulence qu'en formulation  $k\text{-}\omega$  : les termes  $(P_k)$  et  $(D_k)$  de l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente (1.8) sont remplacés par  $\tilde{P}_k$  et  $\tilde{D}_k$  :

$$\begin{aligned}\tilde{P}_k &= \gamma_{eff} \cdot P_k \\ \tilde{D}_k &= \min [\max (\gamma_{eff}; 0,1) ; 1,0] \cdot D_k\end{aligned}\tag{5.1}$$

où  $\gamma_{eff}$  est l'intermittence effective obtenue par l'équation (3.2).

Dans un cadre  $k\text{-}l$ , deux termes du modèle de transition faisant intervenir  $\omega$  doivent être reformulés. Il s'agit des termes suivants :

$$R_T = \frac{\rho k}{\mu \omega}\tag{5.2}$$

$$R_\omega = \frac{\rho \omega y^2}{\mu}\tag{5.3}$$

Le terme (5.2) est simplement reformulé de la façon suivante :

$$\boxed{R_T = \frac{\mu_t}{\mu}}\tag{5.4}$$

Pour reformuler le terme (5.3), nous partons du principe que les termes de dissipation d'énergie cinétique turbulente des modèles  $k\text{-}\omega$  et  $k\text{-}l$  ont été construits pour reproduire le même phénomène physique à l'extérieur des couches limites. Puisque  $R_\omega$  n'est utilisé justement qu'à l'extérieur des couche limites, nous procédons par identification sur ces deux termes de dissipation afin d'obtenir  $R_\omega$  :

$$\frac{2\rho (2k)^{\frac{3}{2}}}{B_1 l} \sim \beta^* \rho \omega k \Leftrightarrow \omega \sim \frac{\sqrt{2k}}{B_1 \beta^* l}\tag{5.5}$$

$$\boxed{R_\omega = \frac{\rho \sqrt{2k} y^2}{B_1 \beta^* l \mu}}\tag{5.6}$$

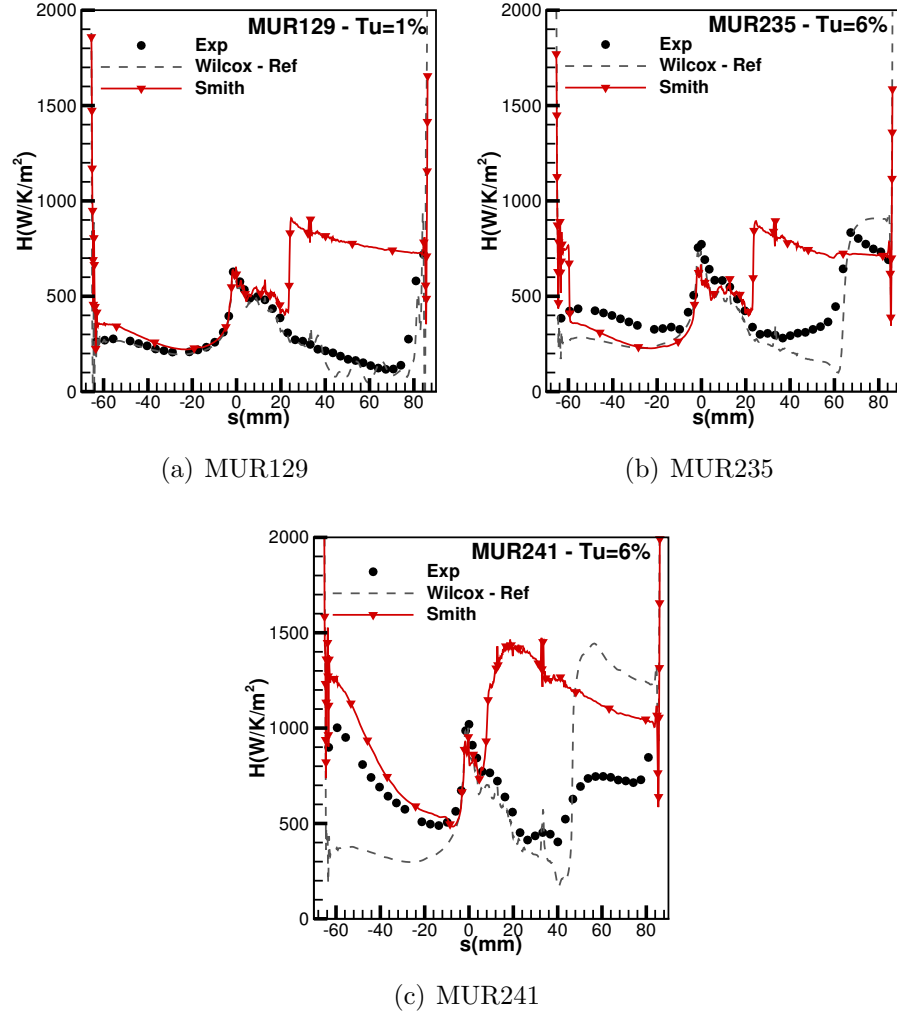
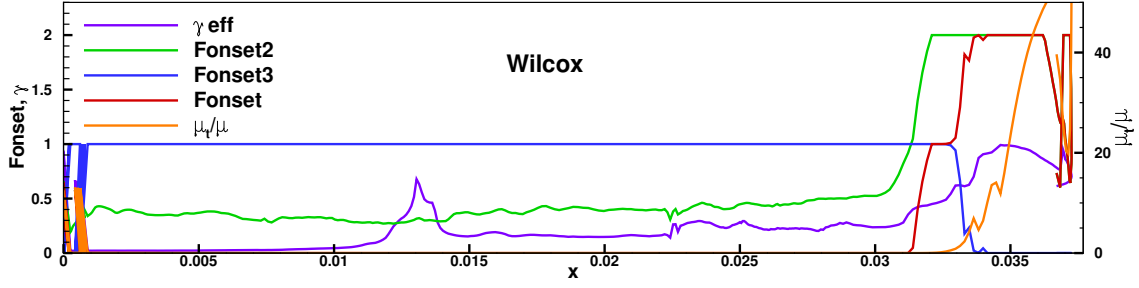


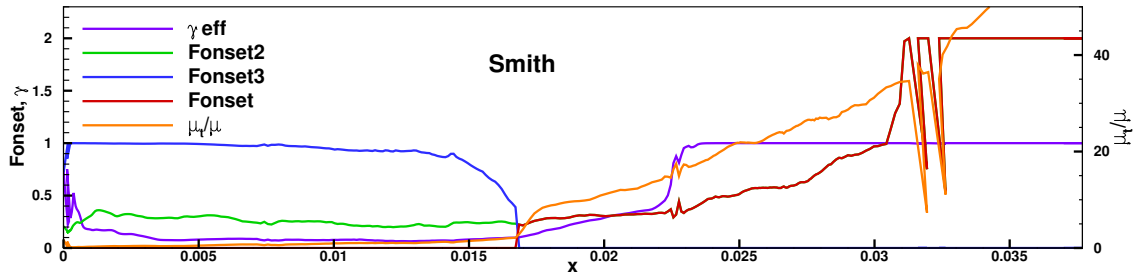
FIGURE 5.1 – LS89 - Évaluation du couplage  $k-l-\gamma\overline{R_{\theta_t}}$

Notons que ce terme intervient dans la détection de zone de sillage et n'a ainsi pas d'influence sur la zone de transition.

Ces modifications suffisent au lancement de calculs. Cependant, comme on peut le voir sur la figure 5.1 ce nouveau couplage entraîne une transition très précoce de la couche limite. En effet, le modèle de turbulence s'active alors que le modèle de transition identifie toujours un état laminaire. Ceci signifie que le passage à un cadre  $k-l$  pose un problème au modèle de transition, qui n'est pas capable de correctement couper le modèle de turbulence. Il nous faut ainsi regarder plus en détail le fonctionnement des différents termes intervenant au sein du modèle de transition.



(a)  $k\text{-}\omega\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  Wilcox



(b)  $k\text{-}l\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  Smith - couplage initial

FIGURE 5.2 – LS89 MUR235 - Extraction dans la couche limite le long du maximum de  $R_\nu$

## 5.2 Étude du dysfonctionnement du couplage $k\text{-}l\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ initial

Afin d'identifier la source du dysfonctionnement de notre couplage au modèle  $k\text{-}l$  nous allons extraire, dans la couche limite, différentes grandeurs internes au modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ . Ce modèle de transition s'active au niveau du maximum, selon la normal à la paroi, de  $R_\nu$ . Nous allons donc procéder à des extractions selon la direction de l'écoulement le long de ce maximum.

Avant de s'intéresser à de telles extractions rappelons les expressions des fonctions  $F_{\text{onset}}$  :

$$R_\nu = \frac{\rho y^2 S}{\mu} \quad (5.7)$$

$$F_{\text{onset1}} = \frac{R_\nu}{2,193 R_{\theta_c}} \quad (5.8)$$

$$F_{\text{onset2}} = \min \left( \max \left( F_{\text{onset1}}, F_{\text{onset1}}^4 \right), 2, 0 \right) \quad (5.9)$$

$$F_{\text{onset3}} = \max \left( 1 - \left( \frac{R_T}{2,5} \right)^3, 0 \right) \quad (5.10)$$

$$F_{\text{onset}} = \max (F_{\text{onset2}} - F_{\text{onset3}}, 0) \quad (5.11)$$

La figure 5.2 montre les extractions de ces grandeurs pour l'extrados de calculs

LS89 MUR235 ; les résultats en  $k-\omega$  Wilcox servant de référence. On voit sur cette figure, qu'en  $k-l-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$ , la fonction  $F_{\text{onset3}}$ , en bleu, passe à 0 avant la mi-corde. Or, cette fonction doit rester à 1 jusqu'à la transition. La fonction  $F_{\text{onset3}}$  est en fait un terme de coupure permettant de garder  $F_{\text{onset}}$  à 0 en laminaire. En effet, la comparaison entre l'état de la couche limite et le nombre de Reynolds de transition est fait par l'intermédiaire de  $F_{\text{onset1}}$ . Ce terme, que l'on pourrait finalement considérer comme étant le critère de transition du modèle  $\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$ , passe au-dessus de 1 à l'abscisse de transition. Plutôt que de regarder  $F_{\text{onset1}}$ , nous traçons  $F_{\text{onset2}}$ , qui n'est en fait que  $F_{\text{onset1}}$  à la puissance 4. Cette fonction est non-nulle en laminaire et ne peut donc pas servir directement pour couper le modèle de turbulence. C'est pour cela que la fonction  $F_{\text{onset3}}$  est retranchée à  $F_{\text{onset2}}$ . Ceci donne  $F_{\text{onset}}$  (courbe rouge), qui ressemble à une fonction créneau, permettant de couper ou d'activer la production d'intermittence (voir figure 5.2-a).

Revenons-en à notre problème sur  $F_{\text{onset3}}$  en  $k-l-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$ . Lorsque celle-ci passe intempestivement à 0, la fonction  $F_{\text{onset}}$  quitte sa valeur nulle. Ceci active, bien que faiblement, la production de  $\gamma$  (courbe violette) entraînant la transition numérique de la couche limite (caractérisée par l'augmentation de  $\frac{\mu_t}{\mu}$  en orange). Nous allons ainsi commencer par rectifier cette fonction  $F_{\text{onset3}}$ .

### 5.3 Adaptation du modèle $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ au modèle $k\text{-}l$

Afin d'adapter le modèle de transition  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  au modèle de turbulence  $k\text{-}l$  de Smith, nous devons commencer par faire évoluer la fonction  $F_{\text{onset3}}$ . Celle-ci doit rester à 1 en laminaire, c'est-à-dire tant que la fonction  $F_{\text{onset2}}$  est inférieure à 1. Nous proposons ainsi de rajouter un terme en  $1 - F_{\text{onset2}}$  dans  $F_{\text{onset3}}$  pour le modèle  $k\text{-}l$  :

$$F_{\text{onset3}} = \max \left( 1 - \left( \frac{R_T}{2,5} \right)^3, 1 - \mathbf{F}_{\text{onset2}}^7, 0 \right) \quad (5.12)$$

Le choix de la puissance 7 au niveau de  $F_{\text{onset2}}$  est relativement arbitraire et permet simplement de créer une fonction type créneau, évitant ainsi un étalement de l'effet de la correction.

La figure 5.3-b montre l'intérêt de cette nouvelle forme. Grâce à cette modification, nous obtenons bien un comportement de la fonction  $F_{\text{onset3}}$  très proche en  $k\text{-}l$  et en  $k\text{-}\omega$ . Nous voyons cependant, que bien qu' $F_{\text{onset}}$  soit à 0 dans la partie laminaire, nous avons une légère augmentation de viscosité turbulente, ce qui est un problème.

En fait, dans le cadre du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  l'intermittence n'est pas strictement nulle, mais plutôt maintenue à un seuil bas, pour des raisons numériques. Ceci veut dire que le terme de production de turbulence n'est pas complètement coupé par le modèle de transition. Ceci n'entraîne pas de croissance de  $\frac{\mu_t}{\mu}$  en  $k\text{-}\omega$ , probablement grâce aux fortes valeurs prises par la variable  $w$  dans la couche limite laminaire.

Les experts en transition du DMAE ont déjà remarqué, avec d'autres modèles de transition, que le modèle de Smith produisait de la turbulence très rapidement après son activation. Ce modèle semble donc sensible aux faibles valeurs de  $\gamma$ . Nous proposons ainsi de baisser le seuil bas de  $\gamma$  pour le couplage  $k\text{-}l\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ . Ceci se fait par l'intermédiaire de la constante du modèle  $c_{e2}$  que nous passons de  $c_{e2} = 50$  à  $c_{e2} = 500$ .

La figure 5.3-c montre que le réajustement de la constante  $c_{e2}$  permet bien d'inhiber la croissance de viscosité turbulente dans la couche limite laminaire. Nous voyons aussi sur cette figure que les modèles  $k\text{-}\omega\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  et  $k\text{-}l\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  ont maintenant bien un comportement proche.

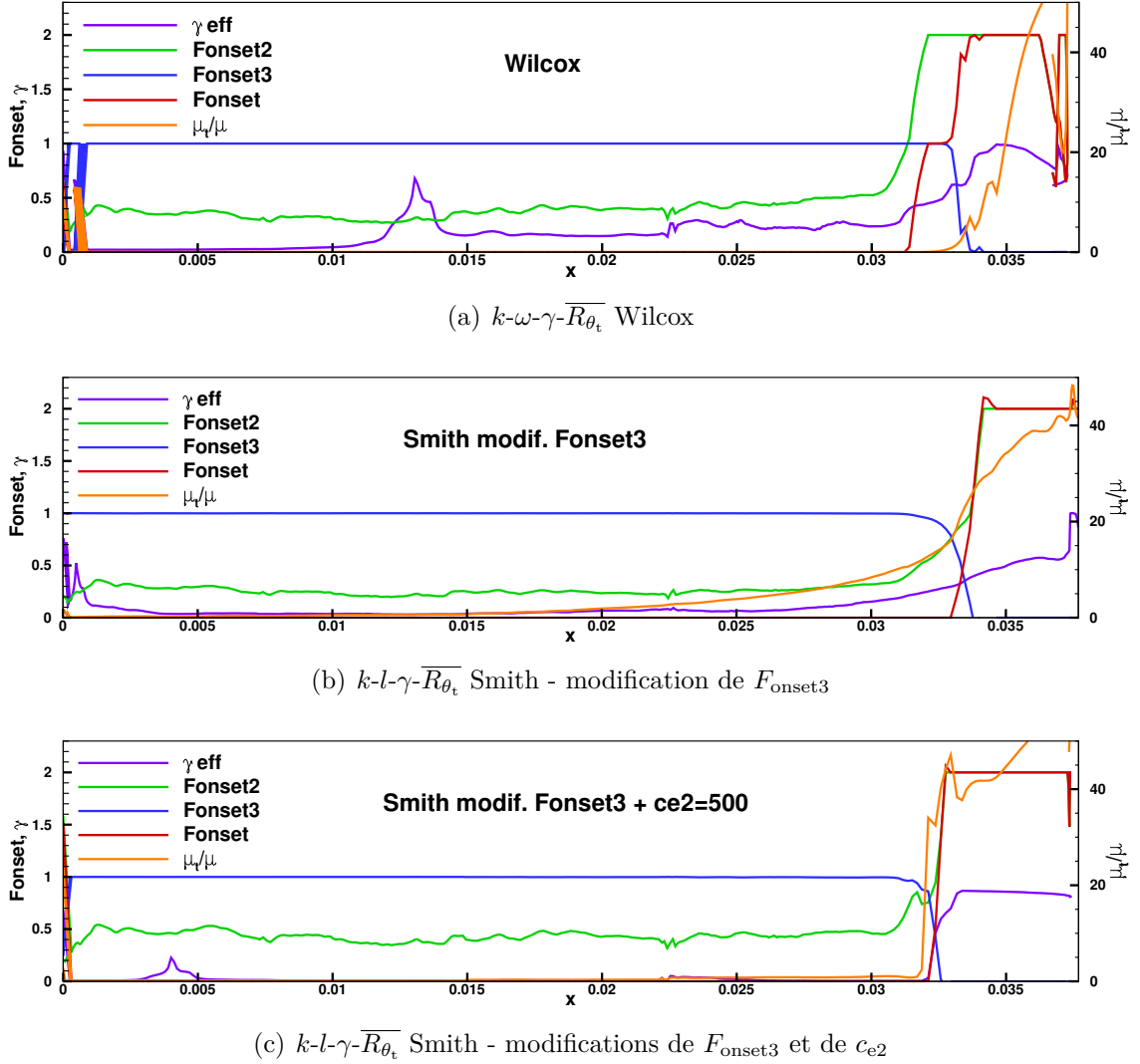
Avant de passer à l'évaluation de ce nouveau modèle, résumons les différentes modifications apportées modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  dans un cadre  $k\text{-}l$  dont nous venons de discuter :

$$R_T = \frac{\mu_t}{\mu} \quad (5.13)$$

$$R_\omega = \frac{\rho \sqrt{2k} y^2}{B_1 \beta^* l \mu} \quad (5.14)$$

$$F_{\text{onset3}} = \max \left( 1 - \left( \frac{R_T}{2,5} \right)^3, 1 - F_{\text{onset2}}^7, 0 \right) \quad (5.15)$$

$$c_{e2} = 500$$


 FIGURE 5.3 – LS89 MUR235 - Extractions dans la couche limite le long du maximum de  $R_\nu$ 

## 5.4 Évaluation du modèle $k-l-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$ sur des cas de turbine

Maintenant que nous avons un modèle  $k-l-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$  dont le comportement des fonctions internes semble cohérent, nous allons l'évaluer sur des cas de turbines haute et basse pression.

### 5.4.1 Évaluation du modèle $k-l-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$ sur les cas LS89

En guise de première validation, des calculs ont été réalisés avec le nouveau modèle  $k-l-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$  sur les cas LS89. On peut observer sur la figure 5.4 que nos modifications permettent d'obtenir une estimation précise de l'abscisse de transition.

En effet, tout comme le modèle  $k-\omega-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$  Wilcox, le modèle  $k-l-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$  Smith se



comporte relativement bien dans les parties laminaires et transitionnelles. Le cas MUR129 est ainsi très bien représenté par les deux modèles. Sur les cas MUR235, la zone pré-transitionnelle dont nous avons parlé au chapitre 2 n'est pas capturé par le  $k\text{-}l\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  non plus. Cependant, la fin de la zone de transition est parfaitement représentée. Tout comme le modèle  $k\text{-}\omega\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ , le modèle  $k\text{-}l\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  échoue à prévoir la transition sur l'intrados du cas MUR241. Côté extrados, on observe un léger décalage sur la prévision de l'abscisse de transition, sans que l'avantage aille à l'un ou l'autre des modèles.

On note par contre que le modèle  $k\text{-}l$  de Smith est plus proche des flux de chaleur expérimentaux au niveau des couches limites turbulentes que le modèle  $k\text{-}\omega$  de Wilcox. En particulier, sur le cas MUR235, le  $k\text{-}l$  de Smith capture avec une grande précision la légère diminution des flux de chaleur juste après la fin de la zone de transition. Sur le cas MUR241, le modèle  $k\text{-}l$  surestime les flux de chaleur dans la partie turbulente de la couche limite, mais de façon moins prononcée que le  $k\text{-}\omega$  Wilcox.

Sur le plan de la transition de couche la limite, le modèle  $k\text{-}l\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  Smith se comporte de façon très similaire au modèle  $k\text{-}\omega\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  Wilcox, ce qui était notre objectif principal. Voyons maintenant si nous pouvons aussi obtenir ce bon comportement sur les cas T106C

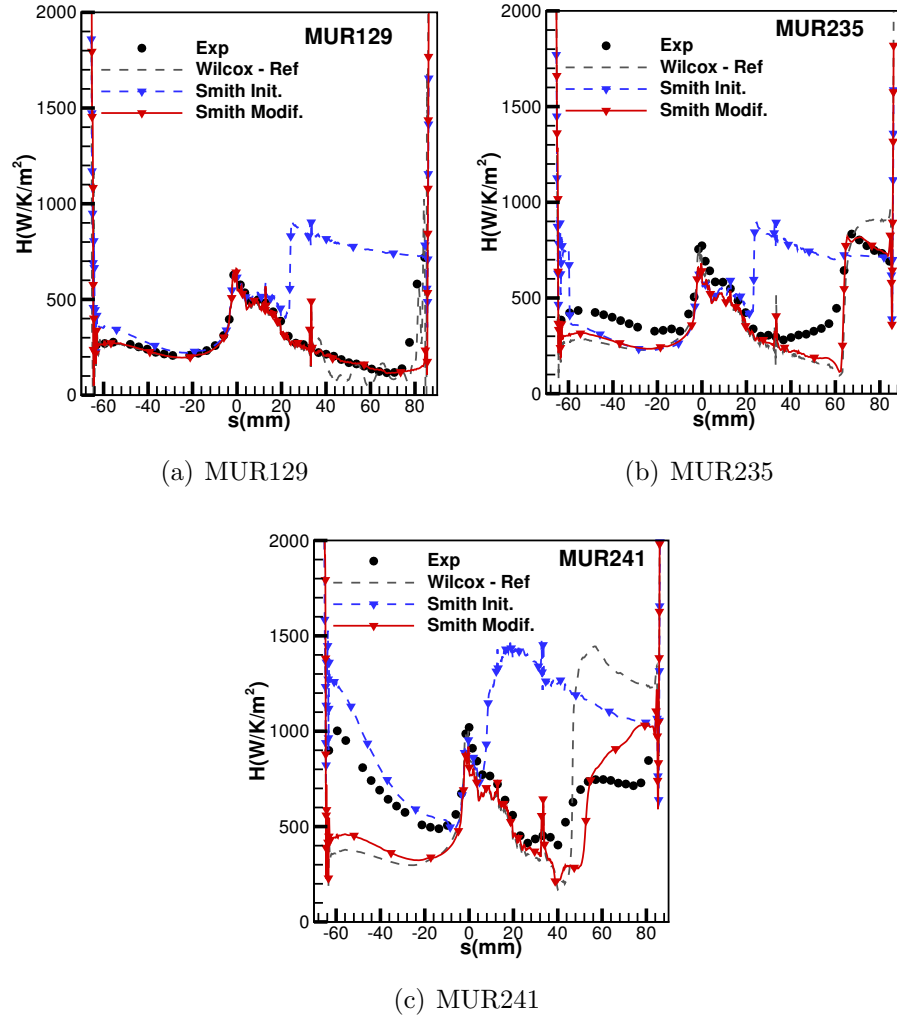


FIGURE 5.4 – LS89 - Comparaison des versions initiales et finales des modèles  $k-l-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$  au modèle  $k-\omega-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$

### 5.4.2 Évaluation du modèle $k\text{-}l\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ sur les cas T106C

Nous souhaitons maintenant évaluer le couplage  $k\text{-}l\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  Smith sur des écoulements de turbines basse pression. Pour cela les différents cas T106C ont été testés. Sur ces cas, notre nouvelle version du modèle  $k\text{-}l\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  est mise en échec. Les abscisses de transition ne sont pas correctement estimées, ce qui induit d'importantes erreurs sur la forme du bulbe. Sur certains cas, ceci empêche la convergence du calcul. Nous présentons sur la figure 5.5 trois résultats de calculs mettant en évidence ces problèmes.

Sur la figure 5.6, nous avons tracé les iso-contours  $\gamma \sim 1$ , en lignes noires, ainsi que des iso-contours de  $\frac{\mu_t}{\mu}$ , en couleur. Ceci nous permet d'identifier respectivement l'activation du modèle de transition ainsi que la transition effective de la couche limite. Nous pouvons voir qu'en  $k\text{-}l$  de Smith, le modèle de transition s'active le modèle de transition s'active légèrement plus en aval qu'en  $k\text{-}\omega$ . Cependant, la turbulence apparait immédiatement après l'activation du modèle de transition avec le  $k\text{-}l$ , ce qui est très différent de ce que l'on observe avec le modèle  $k\text{-}l$ .

Cette différence vient vraisemblablement de la deuxième équation pour la turbulence. En effet, la condition de paroi pour  $\omega$  étant mal posée, les valeurs de  $\omega$  proche de la paroi sont très grandes. Vu la formulation du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ , ceci entraîne de forts niveaux de  $\omega$  dans la couche limite laminaire. Comme  $\mu_t \sim \frac{k}{\omega}$ , c'est fort niveaux de  $\omega$  ont un effet « stabilisant » vis-à-vis de la transition (surtout vu que  $\mu_t$  intervient dans  $P_k$ ).

Avec le modèle  $k\text{-}l\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ , la situation est différente. En effet, la variable  $l$  a un comportement proche dans les couches limites laminaires et turbulentes, à savoir une évolution normale à la paroi globalement linéaire (de 0 à la paroi à sa valeur externe à la frontière de la couche limite). Ceci veut dire que la variable  $l$  est non nulle dans la couche limite laminaire. On a ainsi apparition de  $\mu_t \sim k\sqrt{l}$  dès que la production de  $k$  est activée.

Les modèles  $k\text{-}\omega\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  et  $k\text{-}l\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  ont ainsi des comportements assez différent dans la zone de transition. Bien que cela ne pose pas de problème sur les cas LS89, il semble tout de même que les fonctions de corrélation développées pour le modèle  $k\text{-}\omega$  sur des cas de plaques planes ne soient pas adaptées à la modélisation à l'aide du modèle  $k\text{-}l$  de Smith d'écoulements autour de turbines basse pression fortement chargées.

Dans le chapitre 3, nous avons développé une méthode permettant la recalibration du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  sur les cas T106C. Cela nous a permis d'améliorer significativement la qualité de la modélisation sur ces cas lorsque le modèle  $k\text{-}\omega$  de Wilcox est utilisé. Nous allons maintenant utiliser cette méthode afin de tenter de trouver des fonctions de corrélation adaptées au calcul de turbines basse pression à l'aide du modèle  $k\text{-}l\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ .

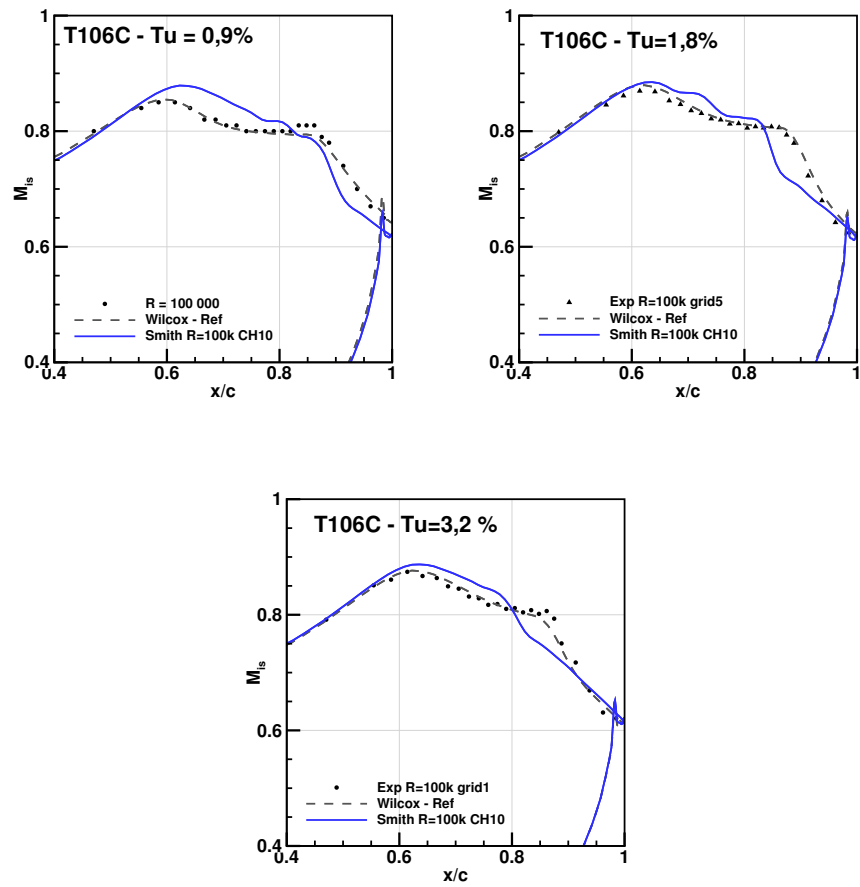


FIGURE 5.5 – T106C - Évaluation du modèle  $k-l-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$

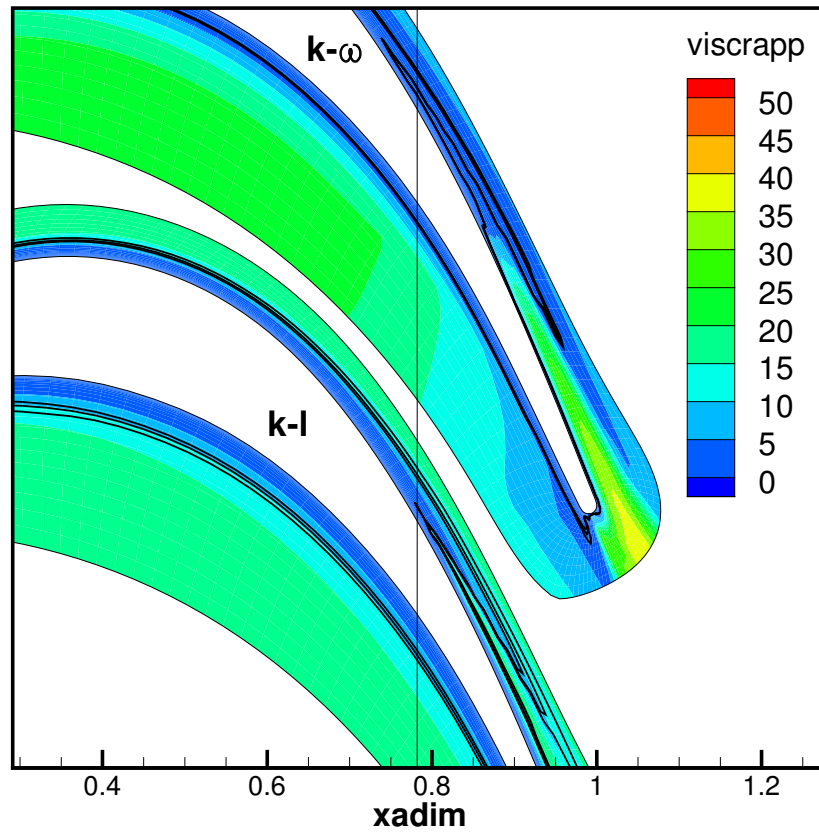


FIGURE 5.6 – T106C -  $Tu = 3,2 \%$ ,  $R_{2, \text{is}} = 100\,000$  - Comparaison iso-coutour de  $\frac{\mu_t}{\mu}$  (couleur) et d'intermittence (lignes noires) pour les modèles  $k\text{-}\omega\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  et  $k\text{-}l\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ .

## 5.5 Développement de nouvelles fonctions de corrélation spécifiques aux turbines basse-pression pour le modèle $k-l-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$

Afin d'améliorer les résultats donnés par le modèle  $k-l-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$  sur les cas T106C, nous allons essayer de recalibrer les fonctions  $F_{\text{length}}$  et  $R_{\theta_c}$  du modèle  $k-l-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$  en utilisant la méthode développée au chapitre 3. Pour cela, un échantillon de fonctions est créé par LHS puis l'optimisation par Simplex est lancée à partir du meilleur individu de l'échantillon. Tout comme au chapitre 3, nous travaillons sur l'ensemble des cas T106C pour lesquels nous avons des relevés de nombres de Mach isentropiques.

Les résultats donnés par les nouvelles fonctions de corrélation sont présentés sur la figure 5.7. Nous voyons que la recalibration du modèle  $k-l-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$  permet une nette amélioration des résultats, avec cette fois-ci la capture de la structure du bulbe de décollement. Cependant, notre nouvelle version du modèle  $k-l-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$  reste moins performante que la version initiale (CH10) du modèle  $k-\omega-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$ . En particulier, la transition apparaît toujours légèrement trop tôt, du à une très forte production de viscosité turbulente dès l'activation de modèle. Ceci influence peu les bulbes courts, mais perturbe la capture de la structure des bulbes longs et ouverts. Sur ces cas, la convergence est de ce fait difficile.

Les nouvelles corrélations dédiées aux écoulements de turbine basse-pression pour le modèle  $k-l-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$  Smith sont les suivantes :

$$R_{\theta_c} = (1,266 \cdot 10^{-6} \overline{R_{\theta_t}}^2 + 8,352 \cdot 10^{-4} \overline{R_{\theta_t}} + 0,9164) \overline{R_{\theta_t}} \quad (5.16)$$

$$F_{\text{length}} = \max(10^{-4}; \quad 3,7 \cdot 10^{-5} \overline{R_{\theta_t}}^3 - 5,441 \cdot 10^{-2} \overline{R_{\theta_t}}^2 + 20,66 \overline{R_{\theta_t}} + 177,1) \quad (5.17)$$

Ces corrélations sont tracées sur la figure 5.8. On voit sur cette figure que les nouvelles corrélations sont très différentes des corrélations CH10, ce qui confirme le fonctionnement différent du modèle  $k-l-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$  par rapport au modèle  $k-\omega-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$ .

Les modifications apportées au modèle  $\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$  permettent de bien capturer les phénomènes de transition attachée. Cependant, le modèle  $k-l-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$  Smith semble moins adapté aux transitions par bulbe de décollement. En effet, bien que la recalibration du modèle permette d'obtenir des résultats corrects, ils restent plus éloignés des expériences que ceux obtenus avec les modèles  $k-\omega-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$ .

La conclusion principale de ce chapitre est probablement la mise en évidence que le changement de deuxième équation pour la modélisation de la turbulence a un effet majeur sur le comportement du modèle  $\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$ , alors qu'il n'agit que sur la première équation turbulente. Le modèle  $k-l-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$  Smith doit ainsi plutôt être considéré comme un nouveau modèle en tant que tel et non une simple extension au  $k-l$  de Smith du modèle  $\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$ . En particulier, la validation doit être poursuivie afin de pleinement caractériser l'applicabilité de ce modèle.

*Les travaux présentés dans ce chapitre ont fait l'objet d'une publication dans les Bulletins Ercoftac : Minot et al. (2016b).*

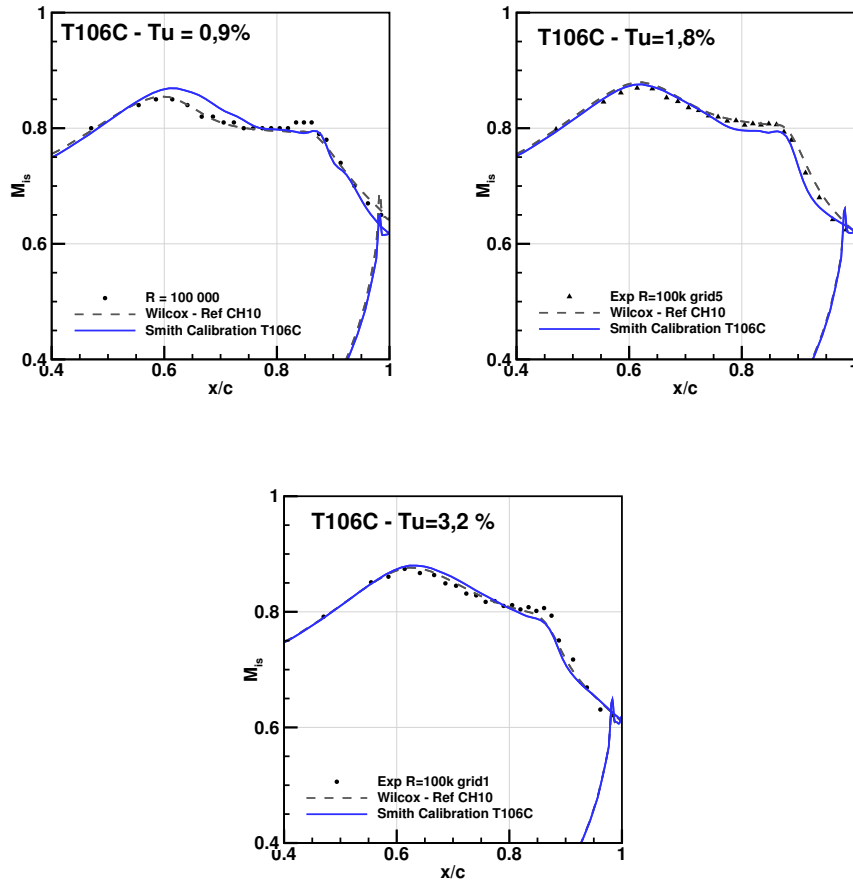


FIGURE 5.7 – T106C,  $R_{2,is} = 100\,000$  - Comparaison des modèles  $k\text{-}\omega\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  CH10 et  $k\text{-}l\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  recalibré

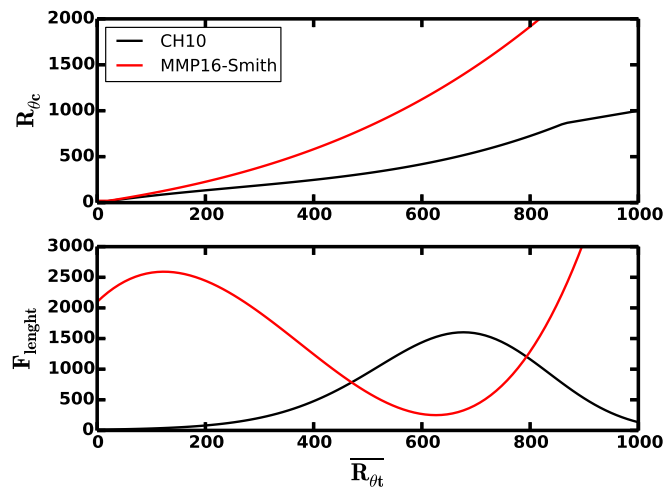


FIGURE 5.8 – Corrélations dédiées aux écoulements de turbine basse-pressure pour le modèle  $k\text{-}l\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$

# Conclusions et perspectives

Notre étude a consisté à étendre les capacités du modèle de transition  $\gamma\overline{R_{\theta_t}}$  afin qu'il soit davantage adapté aux configurations rencontrées en turbomachine, ainsi qu'aux méthodes de modélisation déjà en place pour ce type de calculs.

En particulier, la mise en données des calculs a été revue afin de s'assurer que nous utilisions le modèle  $\gamma\overline{R_{\theta_t}}$  de façon optimale, y compris quant il est couplé au modèle de turbulence  $k\text{-}\omega$  de Wilcox. En effet, le modèle de transition de Menter et Langtry est classiquement utilisé en parallèle du modèle de turbulence  $k\text{-}\omega$  SST de Menter. Nous avons montré que l'exacerbation de la singularité de bord d'attaque due à la suppression du limiteur SST posait d'importants problèmes sur la prévision de la transition lorsque l'on utilisait le modèle  $k\text{-}\omega$  de Wilcox. Cette singularité de bord d'attaque doit être supprimée et nous avons pour cela utilisé la formulation de la production d'énergie cinétique turbulente basée sur la vorticité plutôt que sur le cisaillement.

Cette première partie de l'étude confirme que le modèle de transition  $\gamma\overline{R_{\theta_t}}$  est capable de modéliser de façon assez précise la transition de couche limite pour des écoulements attachés autour d'aubes de turbine. Cependant, la qualité de la prévision de la transition par la version initiale du modèle laisse à désirer pour des cas de bulbes de décollement. Ceci est significativement plus problématique vu l'impact qu'a une faible différence d'abscisse de transition dans un bulbe sur les pertes aérodynamiques de l'étage de turbine.

Nous avons de ce fait proposé des nouvelles versions du modèle  $\gamma\overline{R_{\theta_t}}$  pour des cas de transition par bulbe de décollement. La première modification que nous proposons consiste simplement à revoir la valeur de la constante  $s_1$  du modèle, ce qui permet de légèrement raccourcir la taille des bulbes. Bien que ceci peut être suffisant dans certains cas, cette modification simple ne résout pas le problème à sa source : le modèle  $\gamma\overline{R_{\theta_t}}$  a été calibré sur des cas de plaques planes et a ainsi du mal à représenter les écoulements de turbines basse pression fortement chargées. Nous avons ainsi recalibré les fonctions de corrélation du modèle sur les cas T106C, cas sur lesquels le modèle initial était mis en défaut. Cette recalibration a été effectuée directement en RANS, alors qu'elle était initialement effectuée à l'aide de codes de couche limite. Nous avons ainsi établi une nouvelle méthode de recalibration du modèle  $\gamma\overline{R_{\theta_t}}$ .

Cette nouvelle méthode basée sur des calculs RANS nous permet beaucoup plus de libertés par rapport à celle basée sur des codes de couche limite et peut ainsi être



utilisée sur des configurations plus complexes.

En particulier, en l'appliquant aux cas T106C, nous avons obtenu deux versions recalibrées du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  dédiées aux écoulements de turbines basse pression fortement chargées. Ces nouveaux modèles nous permettent d'obtenir des gains significatifs sur les cas T106C.

Ces modifications du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  permettent d'obtenir des estimations relativement précises de la transition sur paroi lisse. Cependant, nous avons aussi le besoin de pouvoir prévoir l'impact des rugosités de surface sur la transition. Pour cela, nous avons implanté le modèle de prévision d'abscisse de transition pour parois rugueuses de Stripf *et al.* au sein du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ . Nous avons montré que ceci permet au modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  de prévoir des abscisses de transition en bon accord avec les expériences sur parois rugueuses de Stripf *et al.*

Ce travail met aussi en évidence un aspect plus général lié au modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ . En effet, au chapitre 2, nous avons aussi montré que le modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  se comportait très bien quand on remplaçait la corrélation de Langtry donnant le nombre de Reynolds de transition par celle d'Abu-Ghannam et Shaw ou celle de Mayle. L'implantation de la correction de Stripf sur le nombre de Reynolds de transition confirme le constat suivant : il semblerait que le modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  puisse être utilisé avec un grand nombre de corrélations pour  $R_{\theta_t}$  différentes. Les équations pour  $\overline{R_{\theta_t}}$  et  $\gamma$  ne sont en fait qu'un cadre numérique permettant une nouvelle utilisation de critères basés sur  $R_{\theta_t}$ . Il est ainsi possible de multiplier les corrélations disponibles avec le modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  afin que nous puissions sélectionner celle qui est la plus adaptée au cas traité.

Dans le dernier chapitre nous avons couplé le modèle de transition  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  au modèle de turbulence  $k\text{-}l$  de Smith. En effet le modèle  $k\text{-}l$  de Smith est couramment utilisé en turbomachine et nous avons besoin que le modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  soit disponible en parallèle de ce modèle de turbulence.

Le changement de la deuxième équation de transport pour les grandeurs turbulentes par rapport à un modèle  $k\text{-}\omega$  est en fait en changement assez fondamental et a demandé un certain nombre de modifications du modèle de transition. De plus, vu le comportement différent du modèle  $k\text{-}l$  par rapport au modèle  $k\text{-}\omega$  dans la zone de transition, nous avons dû recalibrer le modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  pour permettre l'utilisation du modèle  $k\text{-}l\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  sur des cas avec bulbes de décollement. Bien que le modèle  $k\text{-}l\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  semble se comporter de façon similaire au modèle  $k\text{-}\omega\text{-}\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  pour les cas de transition attachée, il est en retrait sur le cas de transition sur aubes de turbines fortement chargées, même une fois recalibré sur ce type de cas.

Bien que nous ayons amélioré les capacités du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  pour les écoulements de turbines, un certain nombre de points restent ouverts. Premièrement, nous avons utilisé dans l'ensemble de notre étude la formulation de production d'énergie cinétique turbulente basée sur la vorticité, afin de supprimer la singularité de bord d'attaque. Il faudrait cependant trouver d'autres solutions pour supprimer cette singularité, afin de ne pas imposer la formulation « -V » des modèles de turbulence. Il serait par exemple intéressant d'implanter la formulation dite « Kato-Launder » dans elsA et de la tester avec le modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ .

Nous avons de plus un besoin de validation des nouveaux modèles que nous proposons pour les cas de turbines basse pression fortement chargées. En effet, nous ne les avons testés que sur les cas T106C et LS89. Ces modèles doivent maintenant être testés sur un grand nombre d'autres cas afin d'identifier leurs domaines de validité.

En ce qui concerne nos travaux sur les rugosités de surface, les perspectives sont bien plus larges car ce travail ne fait que commencer. En effet, le modèle de Stripf *et al.* est un modèle de transition pour surfaces recouvertes de rugosités de type cônes tronqués. Il faut maintenant déterminer comment ce modèle peut être utilisé sur des rugosités plus réalistes, comme un état de surface en sortie d'usinage par exemple. Ceci demande de plus amples expériences.

Nous avons maintenant les capacités de conduire ces expériences à l'aide de calculs DNS. Cette méthode présente un grand nombre de points intéressants. Tout d'abord, elle permet de définir de manière exacte la surface, alors que les mesures topographiques d'une plaque réelle sont assez délicates. De plus, nous sommes complètement libres quant à la forme des rugosités. Enfin, l'avantage le plus significatif de la DNS par rapport à l'expérience est l'accès à un grand nombre de données dans l'écoulement. De tels calculs nous permettraient de bien identifier la nature des perturbations menant à la transition ainsi que les mécanismes d'amplification entrant en jeu pour des surfaces rugueuses.

Cependant de tels calculs exploratoires ne doivent être réalisés qu'en complément d'essais en soufflerie. En effet, les temps de calculs liés à la DNS sont très importants et limitent le nombre de configurations pouvant être testées. À l'opposé, une fois la maquette installée en veine, étudier les effets de Reynolds, d'incidence ou de taux de turbulence est relativement rapide. C'est donc bien les essais en soufflerie qui nous permettront d'avoir une vue d'ensemble des effets des rugosités de surface sur la transition de couche limite.

Une fois ces essais réalisés, il faudra entreprendre la tâche difficile de proposer des modèles pour ces essais. Plusieurs possibilités peuvent être dégagées. Nous pouvons tout d'abord proposer un modèle pour chaque type de rugosités. Cependant, nous pourrions aussi nous inspirer des pratiques de prise en compte des rugosités dans la modélisation des couches limites turbulentes. En effet, pour les couches limites turbulentes, nous ramenons, à l'aide d'une corrélation, la rugosité à évaluer à la hauteur de grains de sable équivalente dans les expériences de Nikuradse. Plutôt que de définir systématiquement des nouveaux modèles, nous pourrions définir des corrélations permettant de ramener différentes rugosités, à des rugosités équivalentes en terme d'effet sur la transition par rapport à des expériences de référence.

Enfin, afin d'améliorer la prévision de la transition dans les bulbes de décollement à l'aide du modèle  $k-l-\gamma-\overline{R_{\theta_t}}$ , nous devons avant tout mieux comprendre la façon dont se comportent les modèles de turbulence dans la zone de transition. Pour cela, il faut reconstruire à partir d'un calcul les termes de production, dissipation et diffusion de  $k$ ,  $\omega$  et  $l$ , puis les comparer à des résultats de DNS, la DNS de Laurent (2012) étant un candidat idéal.

Sur un plan plus général, un certain nombre d'évolutions permettraient de continuer à étendre les capacités du modèle  $\gamma\overline{R_{\theta_t}}$ . Par exemple, plusieurs extensions du modèle pour la prise en compte du cross-flow dans la transition ont été proposées. Les travaux de Grabe au DLR ainsi que ceux de Langtry à Boeing ressortent particulièrement. Il serait intéressant d'évaluer ces solutions.

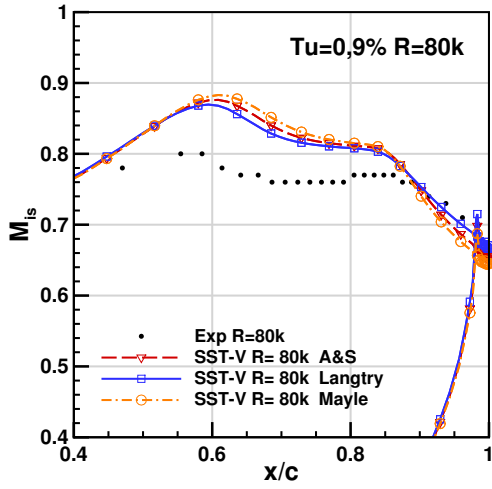
Dans la même ligne d'idée, il semble possible de prendre en compte, à l'aide du modèle  $\gamma\overline{R_{\theta_t}}$ , les effets de température de paroi ainsi que les effets de courbure. Il est cependant important de garder en tête que ce types de développements sont coûteux en temps. Ils ne doivent être entrepris que s'il y a un réel besoin de prendre en compte ce type d'effets au sein du modèle  $\gamma\overline{R_{\theta_t}}$ , des modèles d'influence de température pariétale ou de courbure existant déjà par ailleurs.

En dernière perspective, nous discuterons rapidement de modélisation hybride RANS/LES. Cette stratégie de calcul consiste à traiter certaines zones du domaine fluide à l'aide des modèles RANS et les autres en LES. Ceci permet par exemple de traiter les couches limites en RANS, réduisant ainsi drastiquement les coûts de calculs par rapport à une LES résolue à la paroi. Il se pose de ce fait la question de comment utiliser un modèle de transition de couche limite dans la partie RANS. On pourrait par exemple imaginer utiliser le modèle  $\gamma\overline{R_{\theta_t}}$ . Cependant, il faut modifier le modèle de transition pour qu'il reste inactif dans la zone LES. En effet, dans le modèle  $\gamma\overline{R_{\theta_t}}$ , certains termes de coupure sont basés sur la viscosité turbulente. Vu que celle-ci devient nulle (ou faible) dans la partie LES, il faut reformuler ces termes de coupure. De plus, il faut vérifier que les termes d'hybridation RANS/LES (les fonctions de protection de la couche limite par exemple) soient compatibles avec la viscosité turbulente nulle de l'état RANS laminaire. Enfin, il faut pouvoir calculer le taux de turbulence (basé sur  $k$  en RANS) de la zone LES, car celui-ci est une entrée pour le modèle de transition.

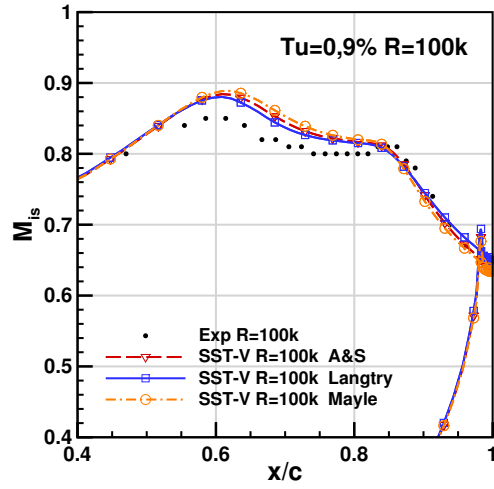
L'utilisation d'un modèle de transition dans un contexte RANS/LES est ainsi possible, mais demande des travaux de développements spécifiques.

## Résultats de calculs

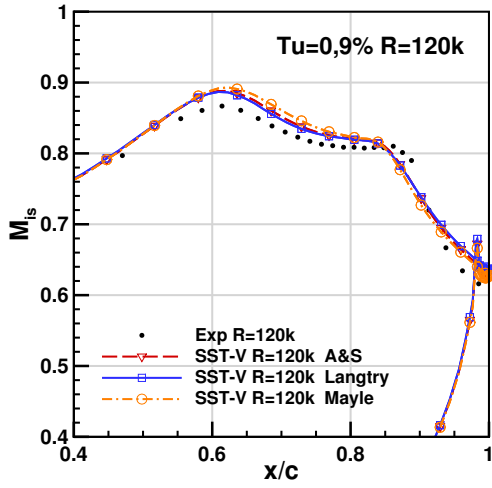
### A.1 Utilisation des corrélations d'Abu-Ghannam et Shaw et de Mayle



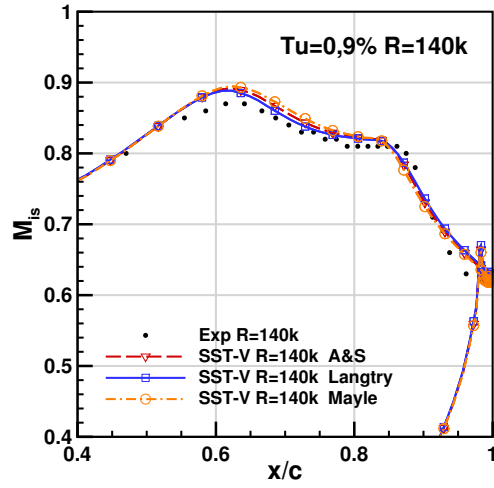
(a)



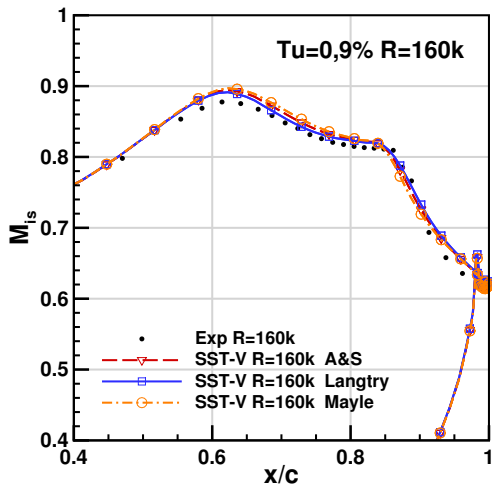
(b)



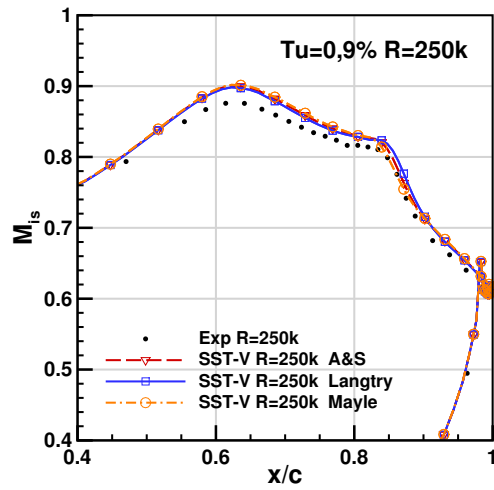
(c)



(d)



(e)



(f)

 FIGURE A.1 – T106C  $Tu = 0,9 \%$  - Relevés de nombre de Mach isentropic - Utilisation de trois corrélations pour  $R_{\theta_t}$

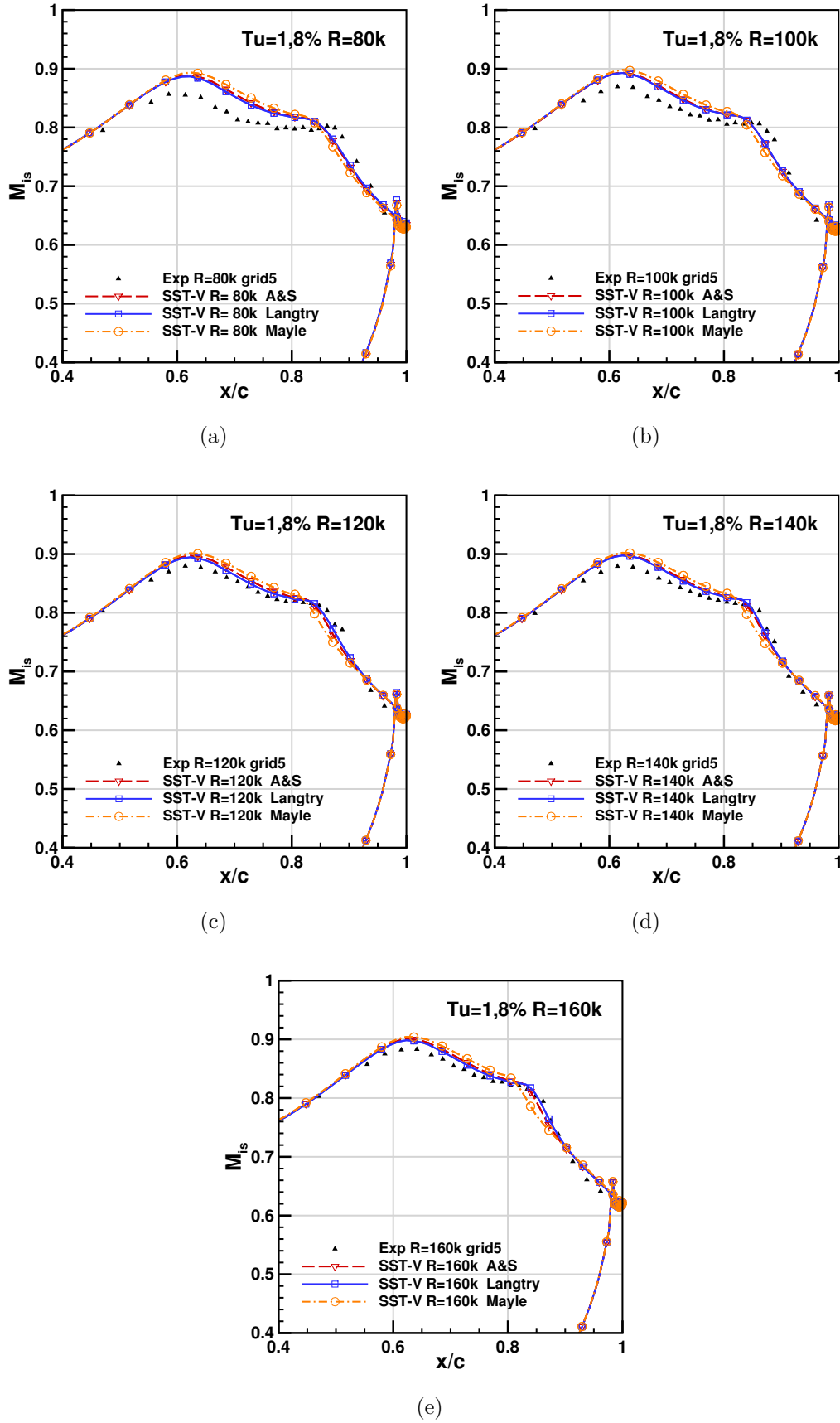


FIGURE A.2 – T106C  $Tu = 1,8 \%$  - Relevés de nombres de Mach isentropiques - Utilisation de trois corrélations pour  $R_{\theta_t}$

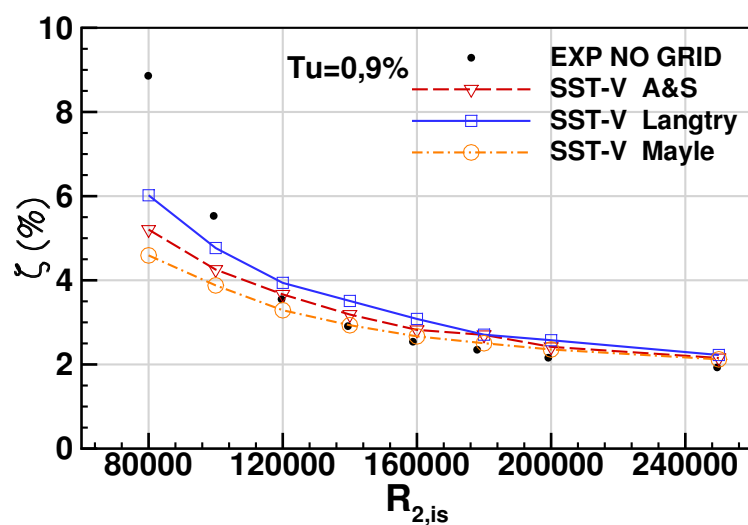


FIGURE A.3 – T106C  $Tu = 0,9 \%$  - pertes aérodynamiques - Utilisation de trois corrélations pour  $R_{\theta_t}$

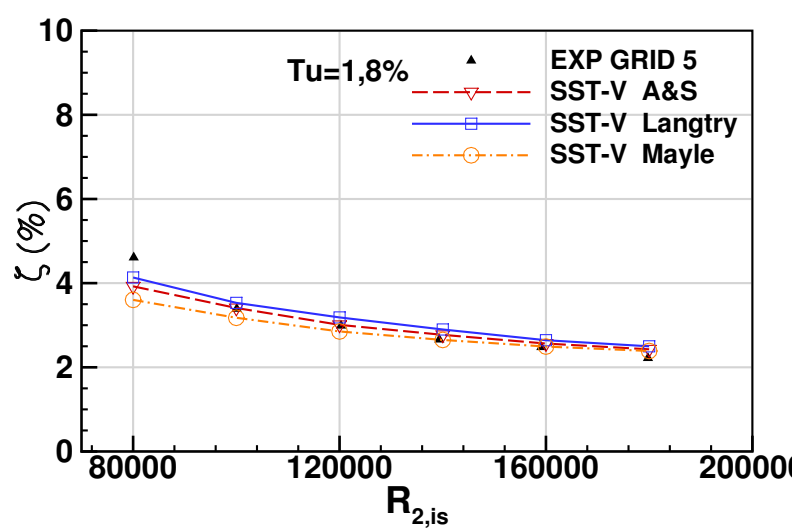
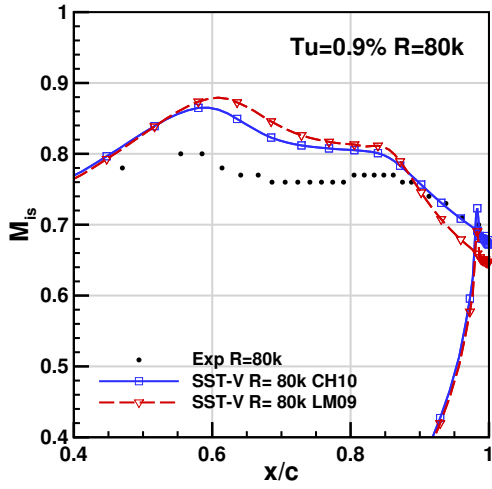


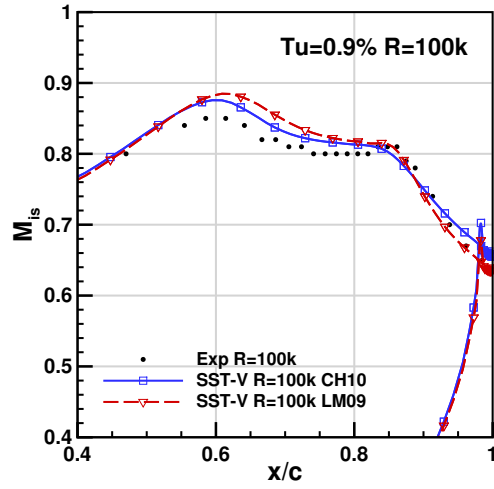
FIGURE A.4 – T106C  $Tu = 1,8 \%$  - pertes aérodynamiques - Utilisation de trois corrélations pour  $R_{\theta_t}$

## A.2 Utilisation des corrélations de Menter et Langtry pour $F_{\text{length}}$ et $R_{\theta_c}$

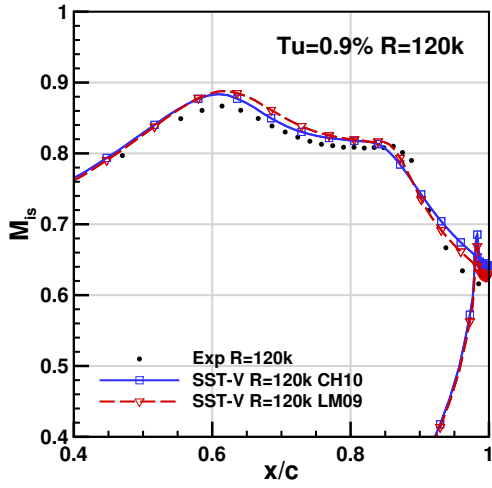




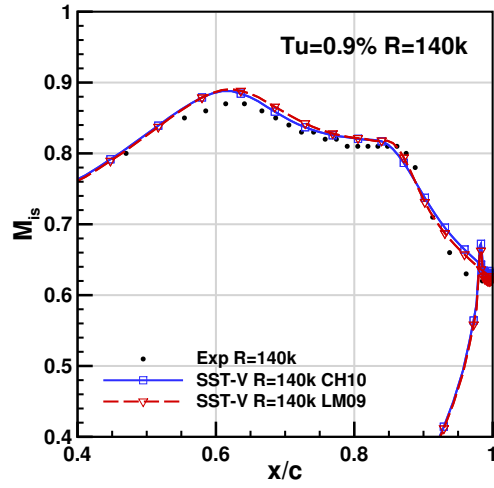
(a)



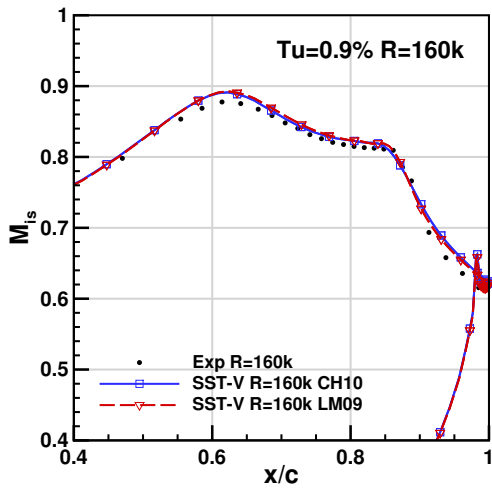
(b)



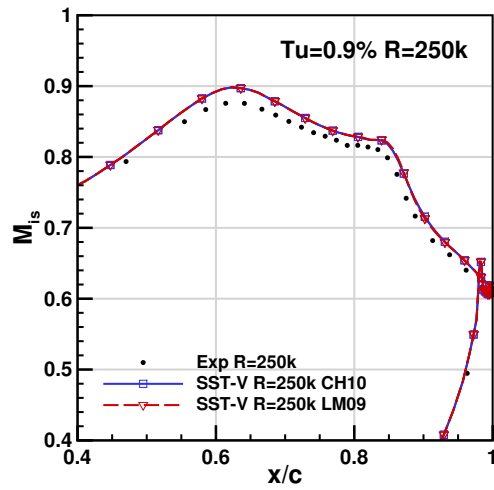
(c)



(d)



(e)



(f)

 FIGURE A.5 – T106C  $Tu = 0,9 \%$  - Relevés de nombres de Mach isentropiques - Utilisation de deux paires de corrélations  $F_{length}$  et  $R_{\theta_c}$  différentes

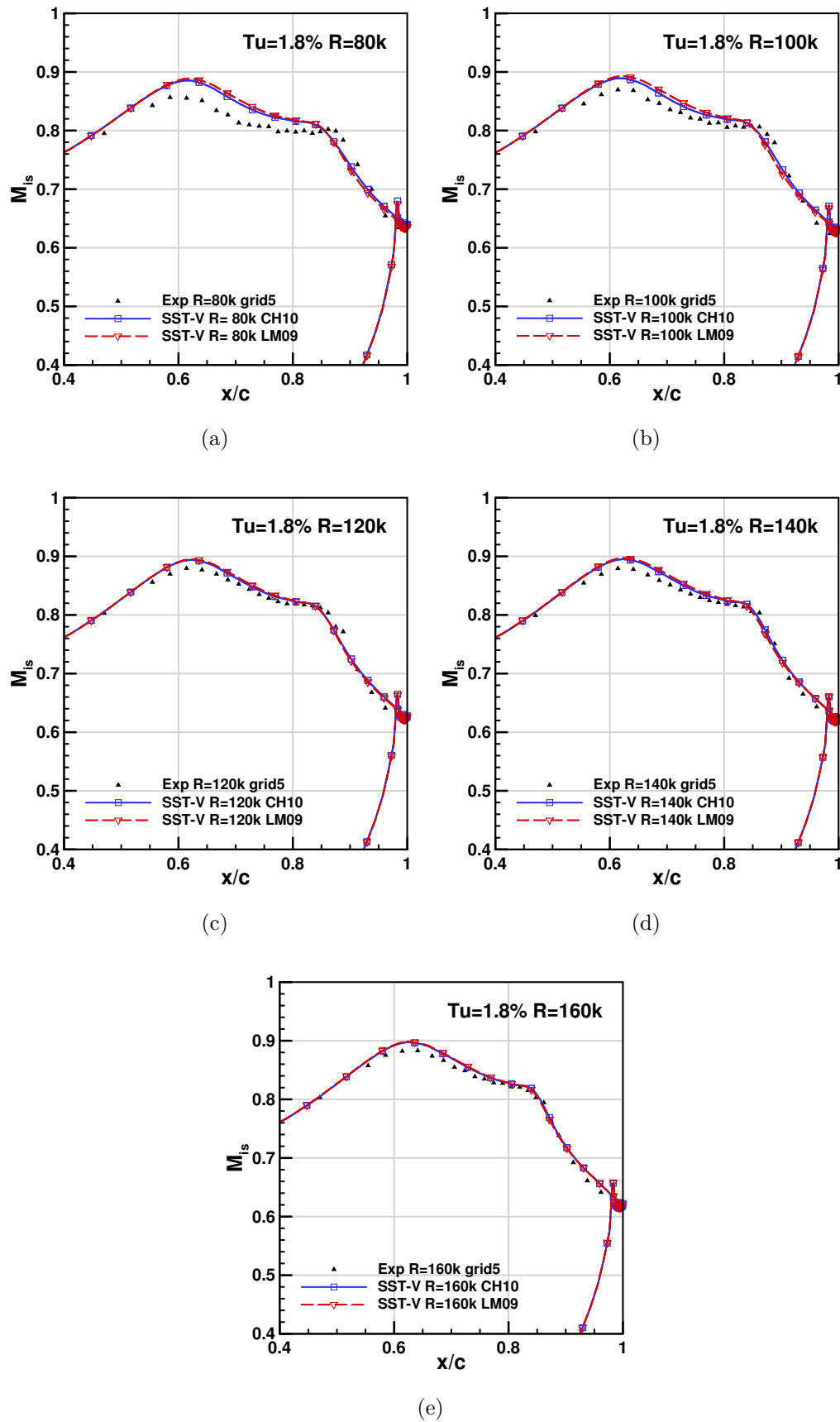


FIGURE A.6 – T106C  $Tu = 1,8 \%$  - Relevés de nombres de Mach isentropiques - Utilisation de deux paires de corrélations  $F_{\text{length}}$  et  $R_{\theta_c}$  différentes

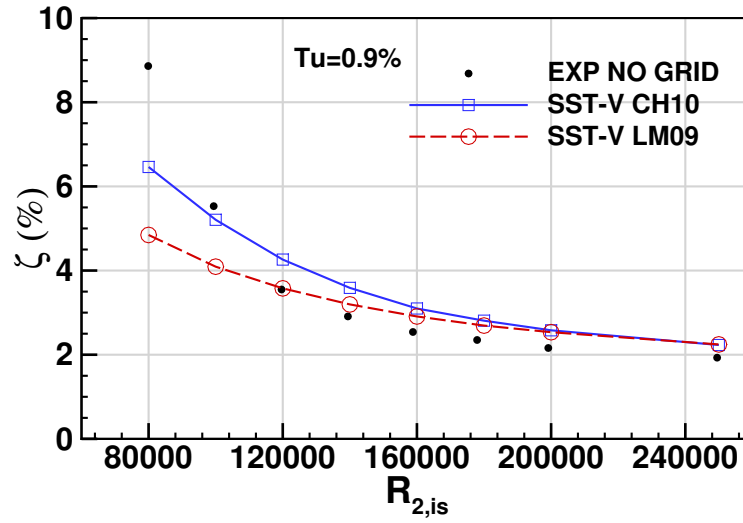


FIGURE A.7 – T106C  $Tu = 0,9\%$  - pertes aérodynamiques - Utilisation de deux paires de corrélations  $F_{length}$  et  $R_{\theta_c}$  différentes

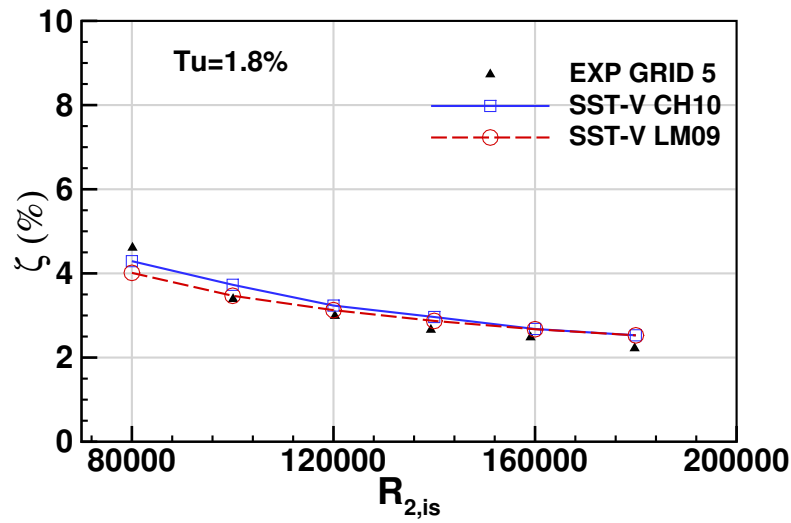


FIGURE A.8 – T106C  $Tu = 1,8\%$  - pertes aérodynamiques - Utilisation de deux paires de corrélations  $F_{length}$  et  $R_{\theta_c}$  différentes

### A.3 Comparaison des résultats fournis par notre nouveau modèle (MMP16) avec le modèle initial (CH10)

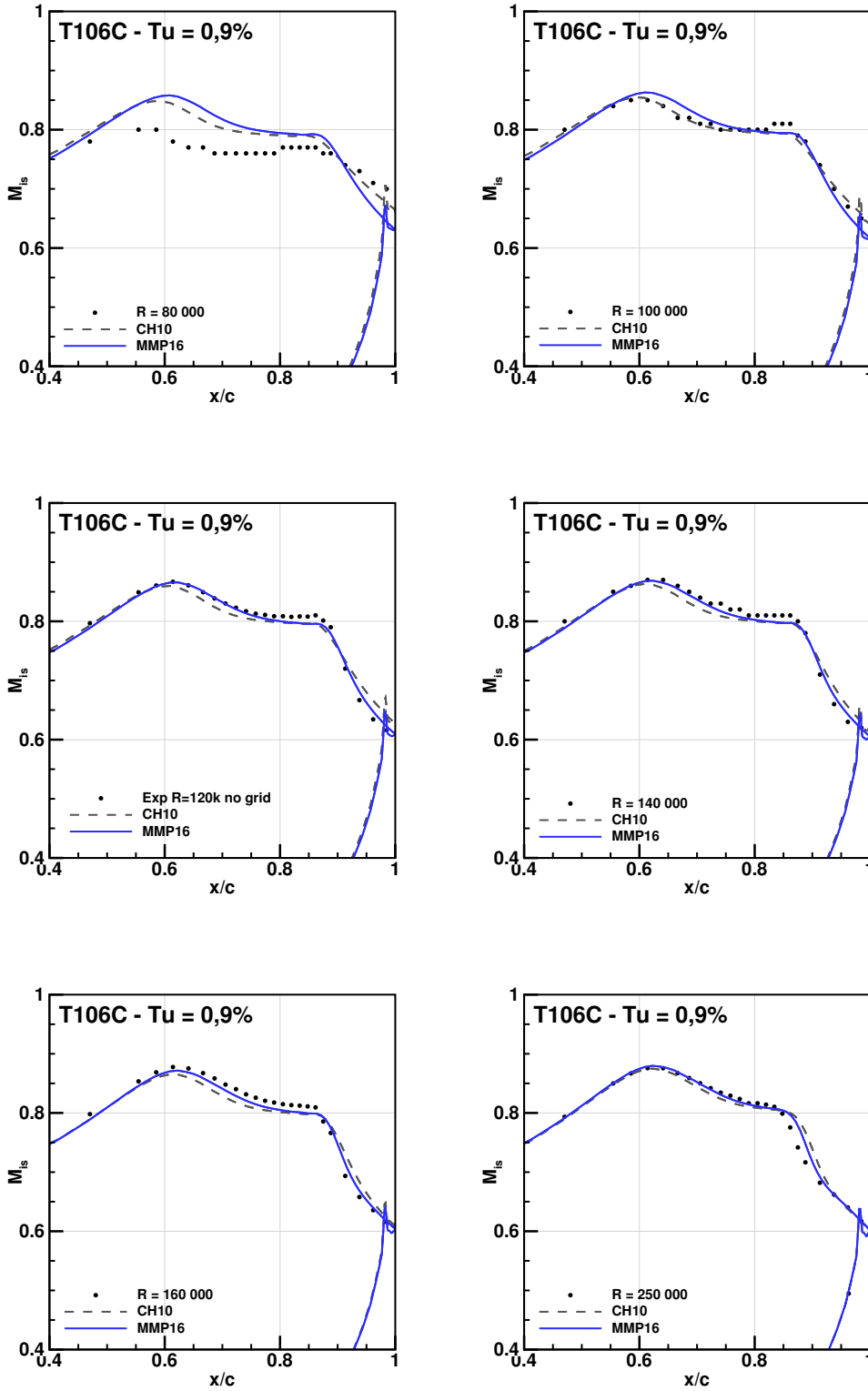


FIGURE A.9 – T106C,  $Tu = 0,9\%$  - Comparaison des distributions de nombres de Mach isentropiques entre notre nouveau modèle (MMP16) et le modèle initial (CH10).

Comparaison des résultats fournis par notre nouveau modèle  
(MMP16) avec le modèle initial (CH10)

---

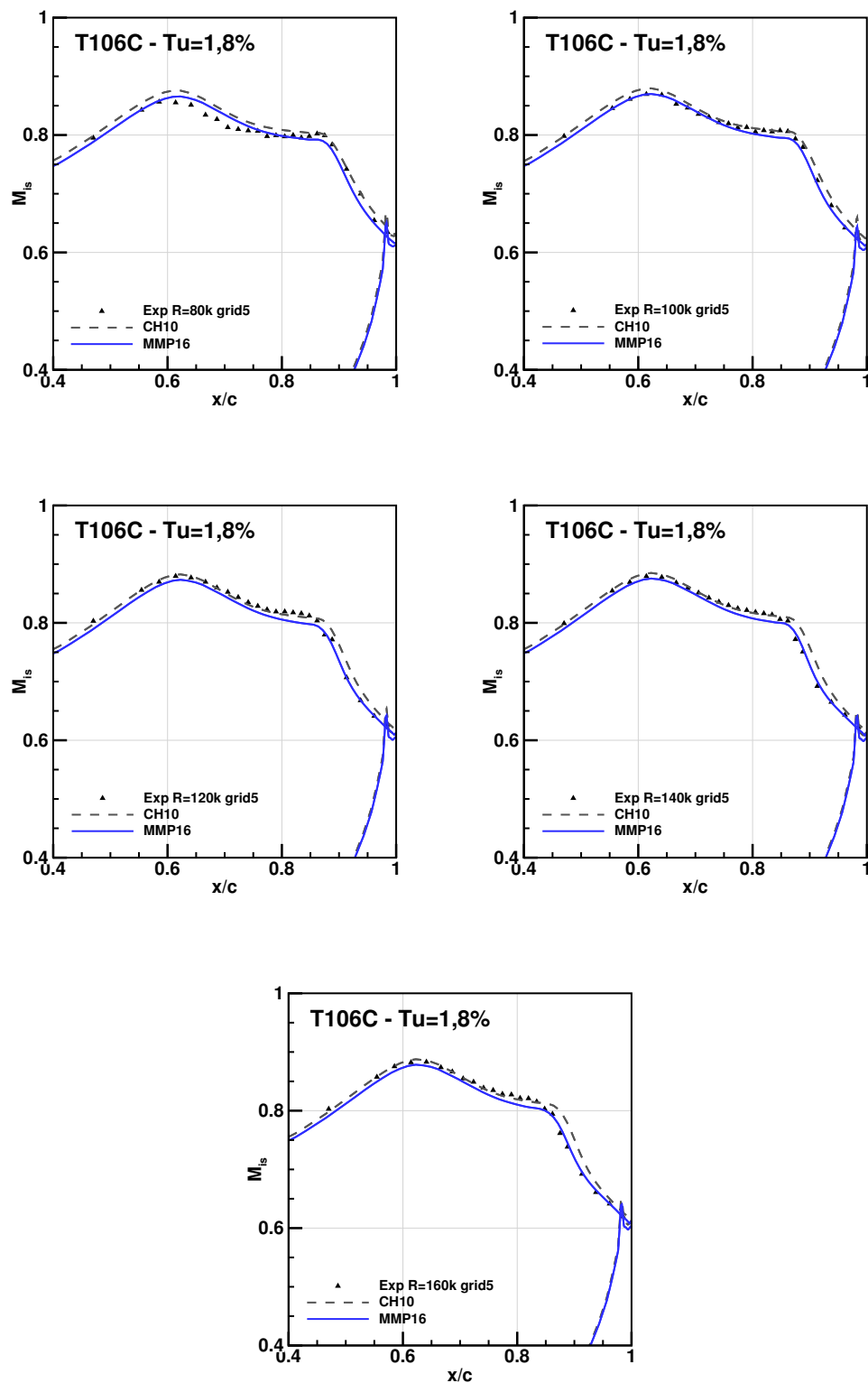


FIGURE A.10 – T106C,  $Tu = 1,8 \%$  - Comparaison des distributions de nombres de Mach isentropiques entre notre nouveau modèle (MMP16) et le modèle initial (CH10).

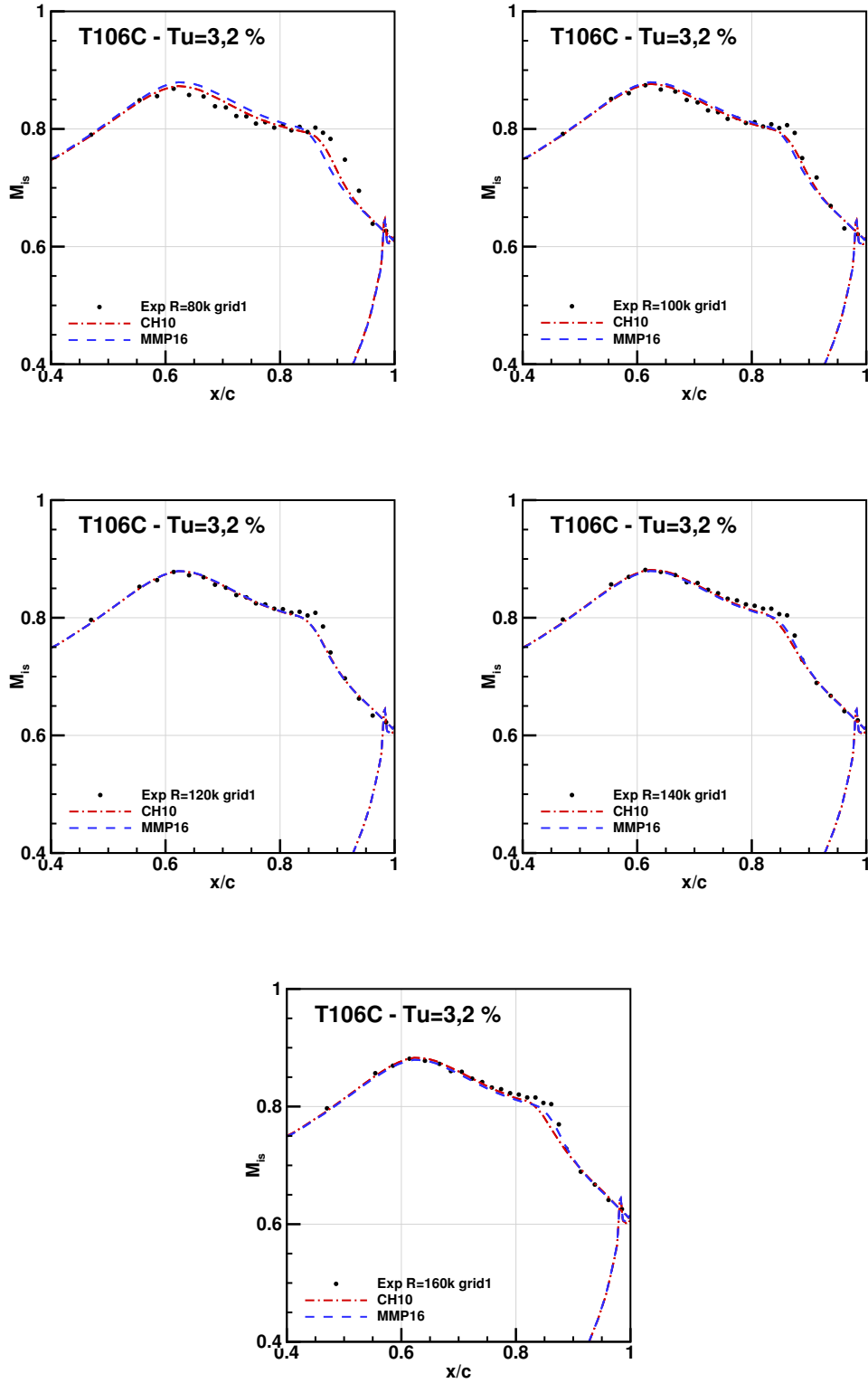


FIGURE A.11 – T106C,  $Tu = 1,8\%$  - Comparaison des distributions de nombres de Mach isentropiques entre notre nouveau modèle (MMP16) et le modèle initial (CH10).

## A.4 KIT LPTV - Calculs sur paroi lisse

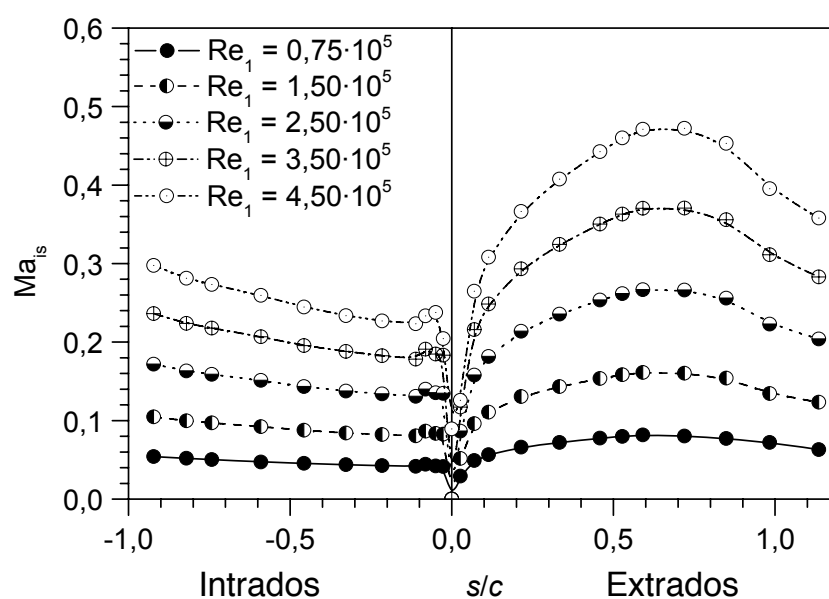


FIGURE A.12 – Relevés de vitesse autour de l'aube KIT-LPTV



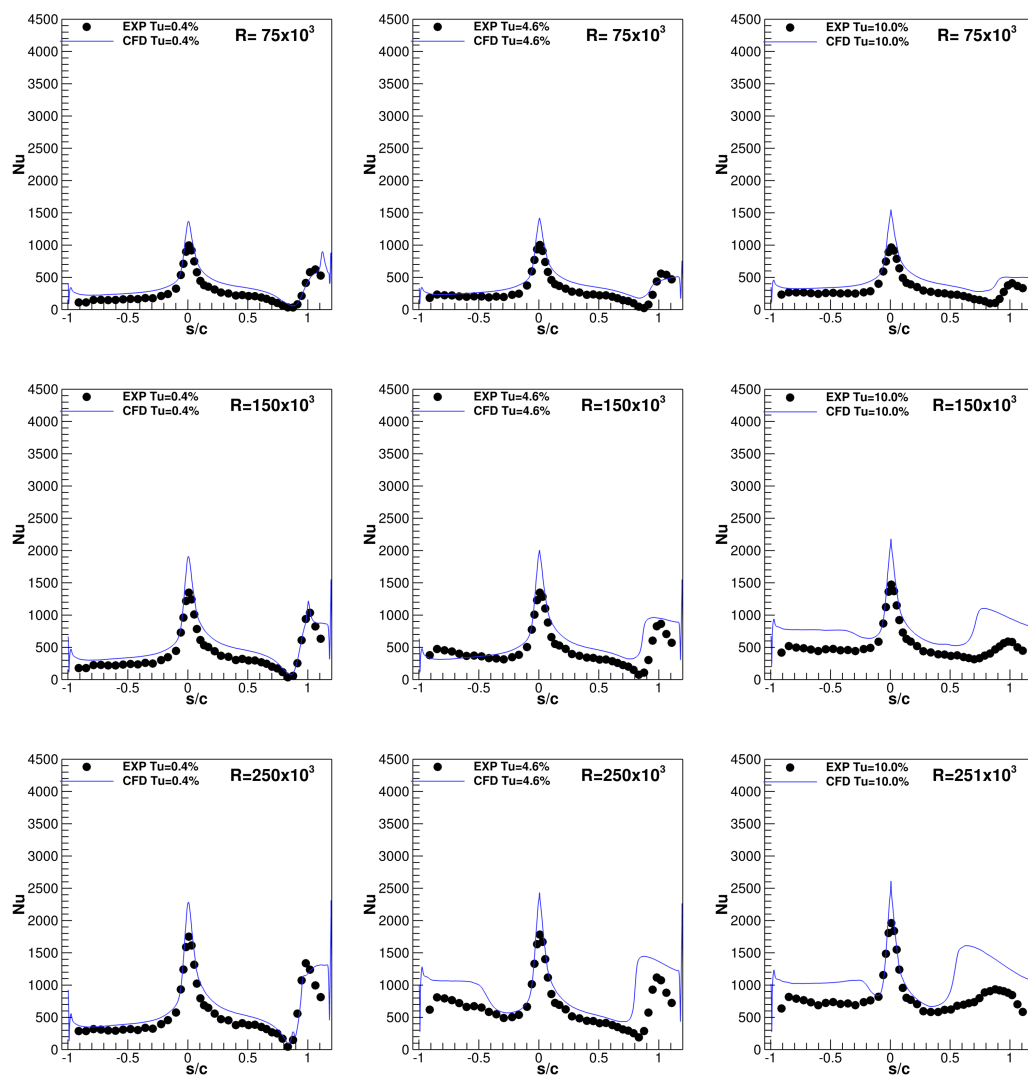


FIGURE A.13 – KIT LPTV - Comparaison des flux de chaleurs entre le calcul et les essais sur paroi lisse

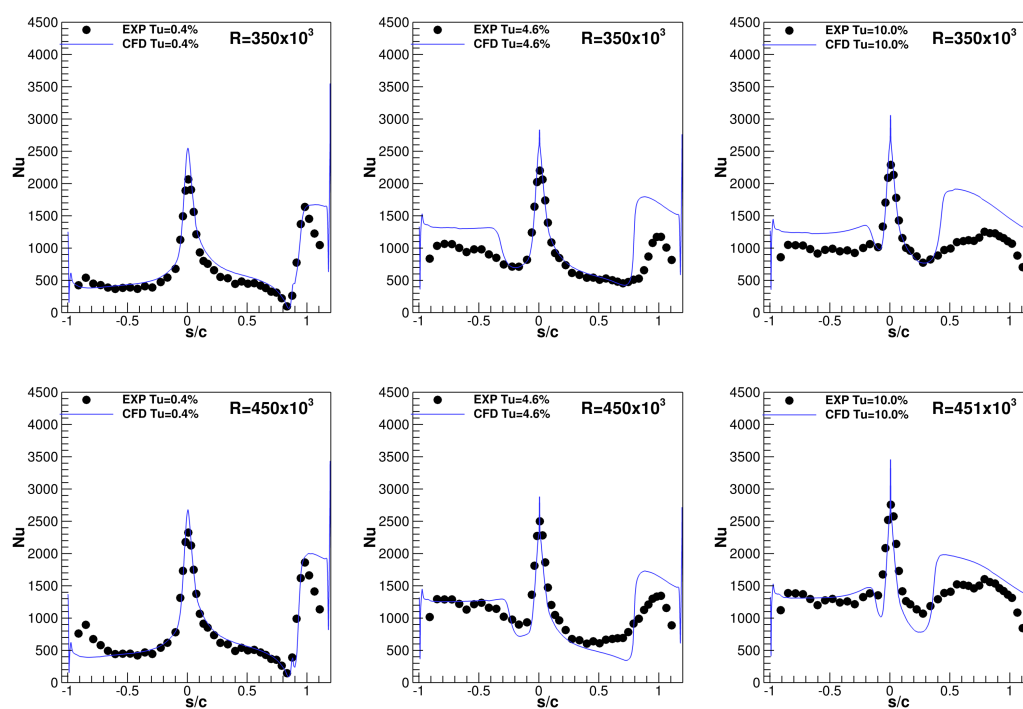


FIGURE A.14 – KIT LPTV - Comparaison des flux de chaleurs entre le calcul et les essais sur paroi lisse



## A.5 KIT LPTV - Calculs sur parois rugueuses

Nom	k( $\mu m$ )	d ( $\mu m$ )	t1 ( $\mu m$ )	t2 ( $\mu m$ )	$\Lambda_R$	$k_s(\mu m)$	$\Delta A/A_s$	$h_m$	Ra	Sk	Ku
LPTV_17	17	60	55	55	3,3	27	22,1	5,2	6,1	0,8	-1
LPTV_27a*	27	80	60	100	4,0	56	22,5	6,8	8,6	1,1	-0,4
LPTV_27b	27	80	90	150	8,9	47	10,0	3,0	5,0	2,4	4,4
LPTV_27c	27	80	120	200	15,9	26	5,6	1,7	3,1	3,5	11,4
LPTV_27d	27	80	150	250	24,8	16	3,6	1,1	2	4,6	20,5
LPTV_27e	27	80	240	400	63,5	6	1,4	0,4	0,8	7,7	59,9
LPTV_30a*	30	180	120	200	2,4	36	16,3	12,5	13,0	0,3	-1,7
LPTV_30b*	30	140	120	200	4,3	94	12,2	7,0	9,9	1,2	-0,2
LPTV_30c*	30	100	120	200	9,6	45	8,1	3,1	5,3	2,6	5,0
LPTV_50a*	50	200	225	300	6,2	103	10,0	8,0	12,5	1,8	1,6
LPTV_50b	50	200	300	400	11,1	57	5,6	4,5	7,9	2,8	6,5
LPTV_50c	50	200	600	800	44,2	14	1,4	1,1	2,2	6,4	40,2
LPTV_90*	90	200	220	220	6,1	282	20,8	14,7	20,8	1,7	1,7
LPTV_30lea	30	80	90	150	9,5	53	10,7	3,2	5,2	2,5	5,0
LPTV_30mcb	30	140	120	200	4,3	94	12,2	7,0	9,9	1,2	-0,2
LPTV_40tec	40	80	90	150	11,6	71	12,6	3,4	5,7	2,8	6,9
LPTV_35inv	35	80	90	150	1,2	k.A.	12,4	30	8,5	-1,5	1,0
LPTV_60inv	60	200	225	300	1,3	k.A.	10,6	44,5	18,8	-1,0	-0,6
LPTV_40rnd*	40	k.A.	k.A.	k.A.	8,6	k.A.	17,2	4,7	6,7	2,6	6,5

TABLE A.1 – Caractéristiques de quelques rugosités pour les cas KIT-LPTV. Seuls les cas marqués \* ont été évalués dans le présent mémoire.

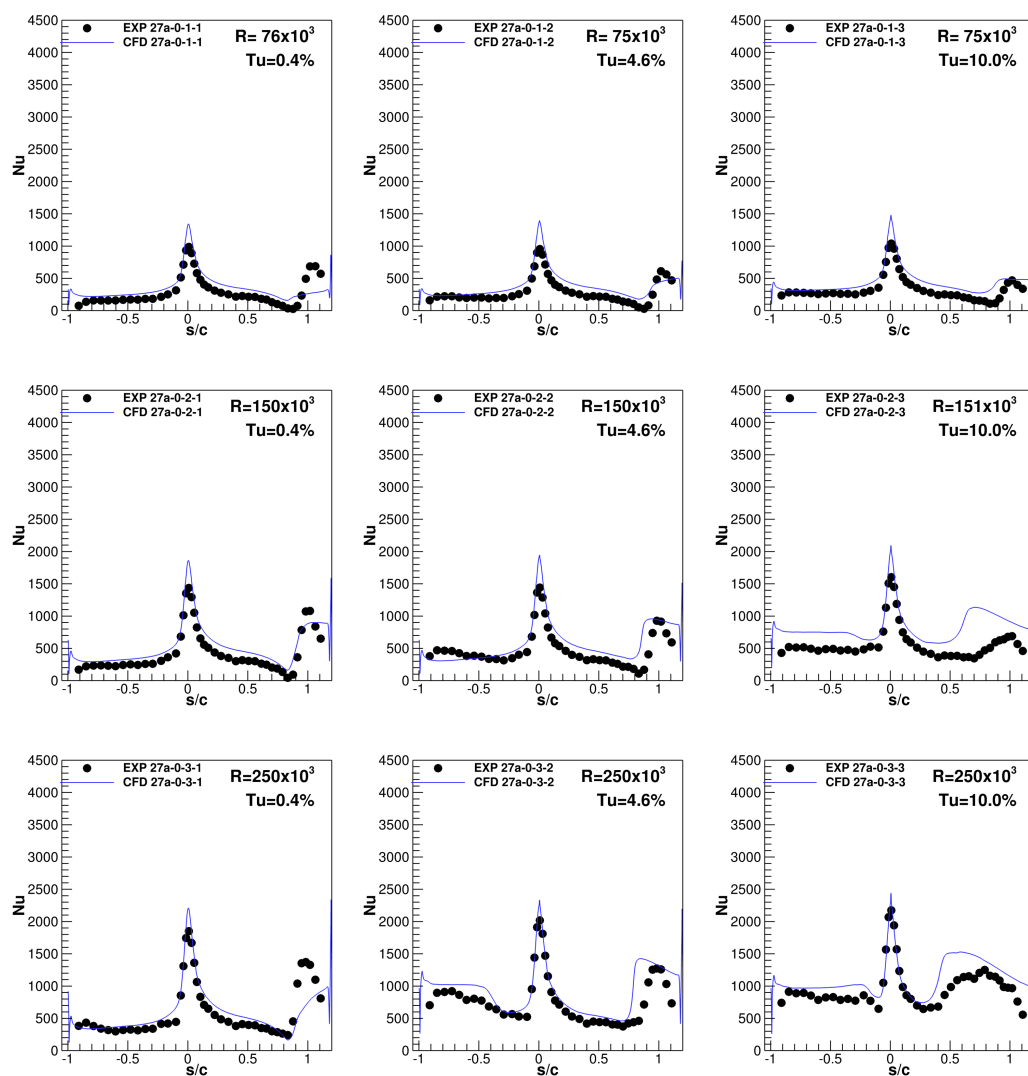


FIGURE A.15 – KIT LPTV - Comparaison des flux de chaleurs entre le calcul et les essais sur parois rugueuses

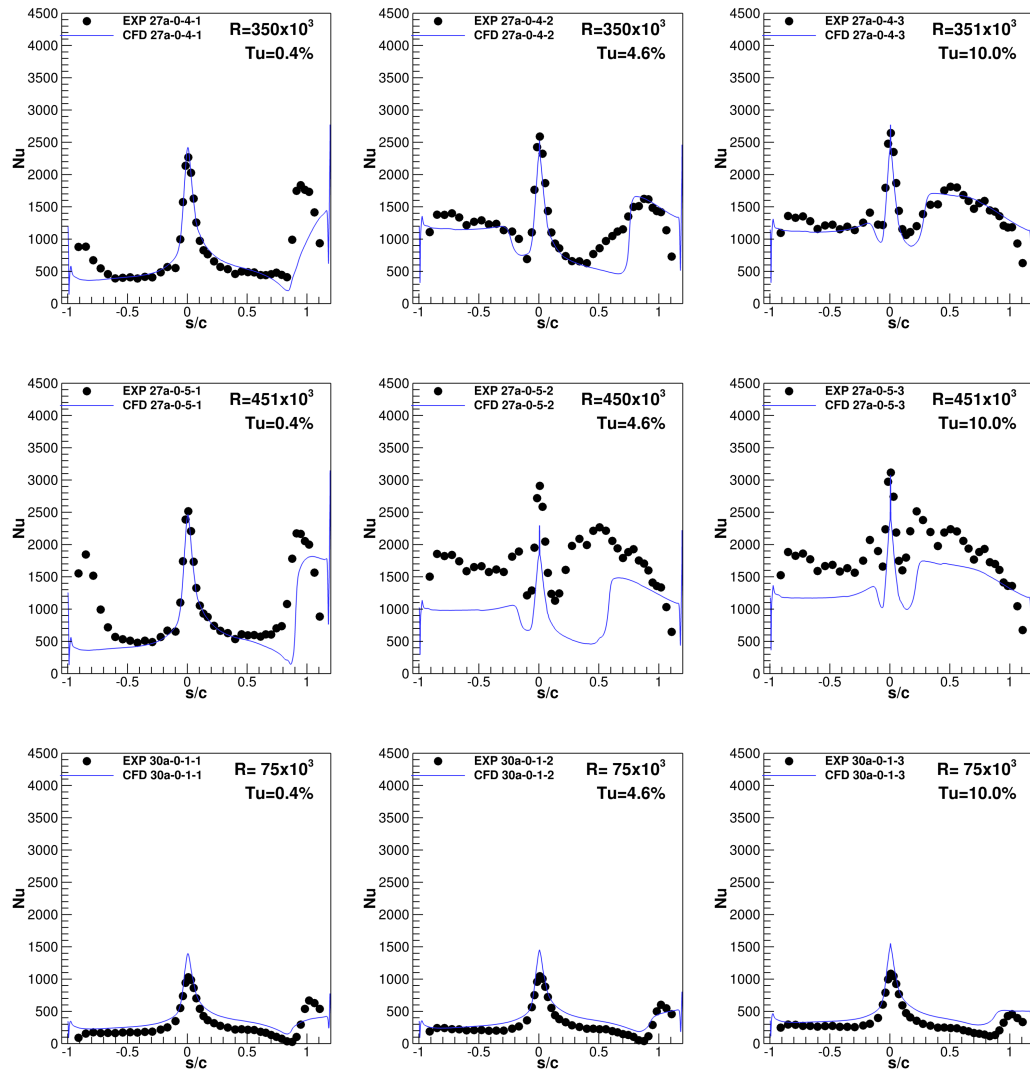


FIGURE A.16 – KIT LPTV - Comparaison des flux de chaleurs entre le calcul et les essais sur parois rugueuses

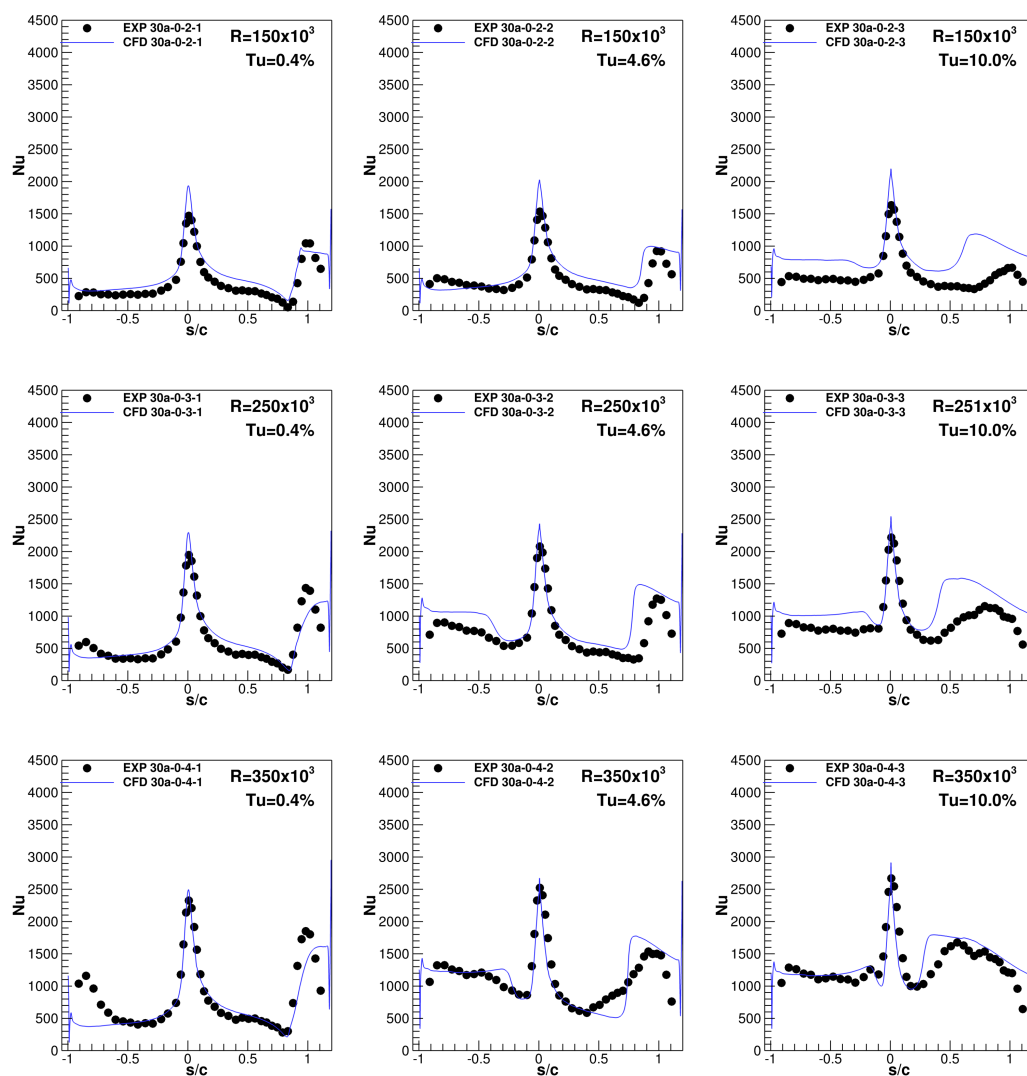


FIGURE A.17 – KIT LPTV - Comparaison des flux de chaleurs entre le calcul et les essais sur parois rugueuses

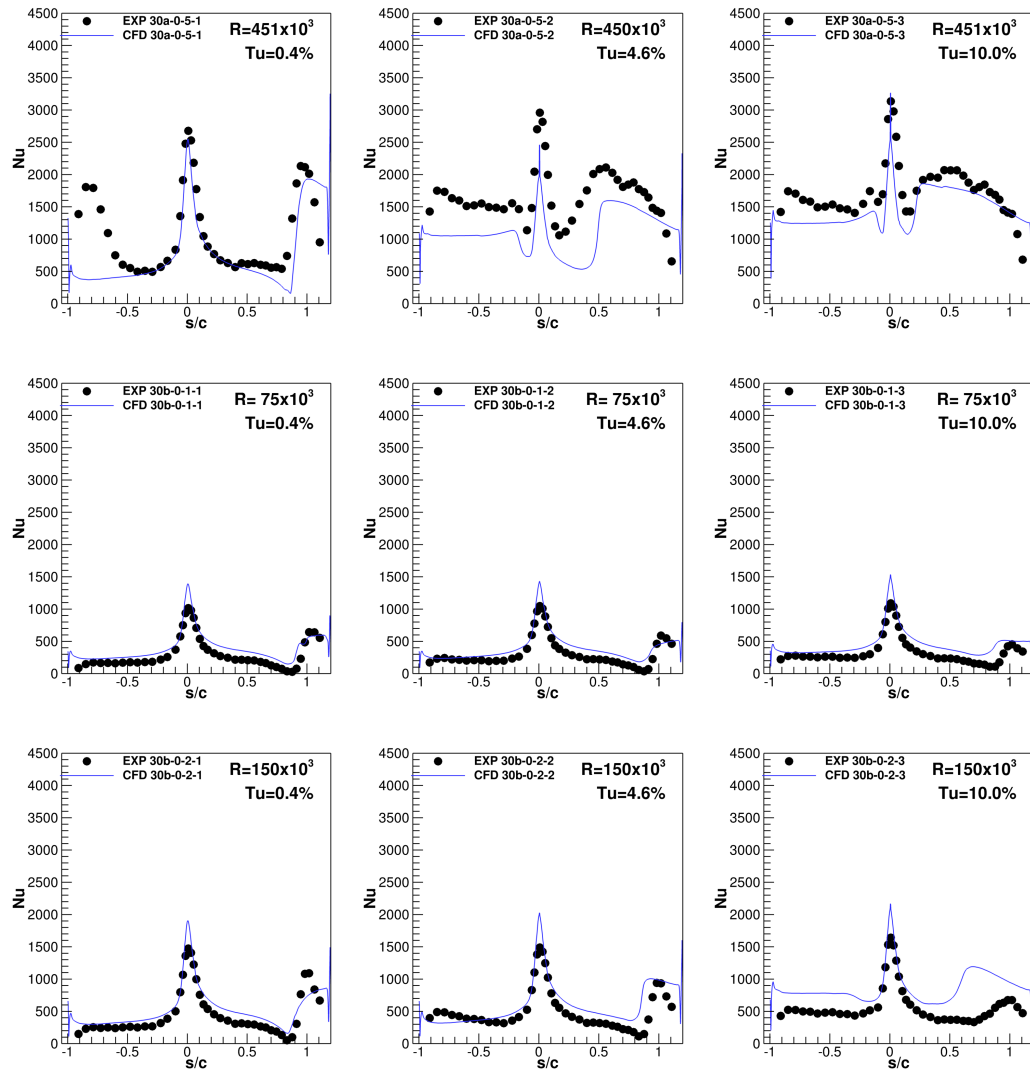


FIGURE A.18 – KIT LPTV - Comparaison des flux de chaleurs entre le calcul et les essais sur parois rugueuses



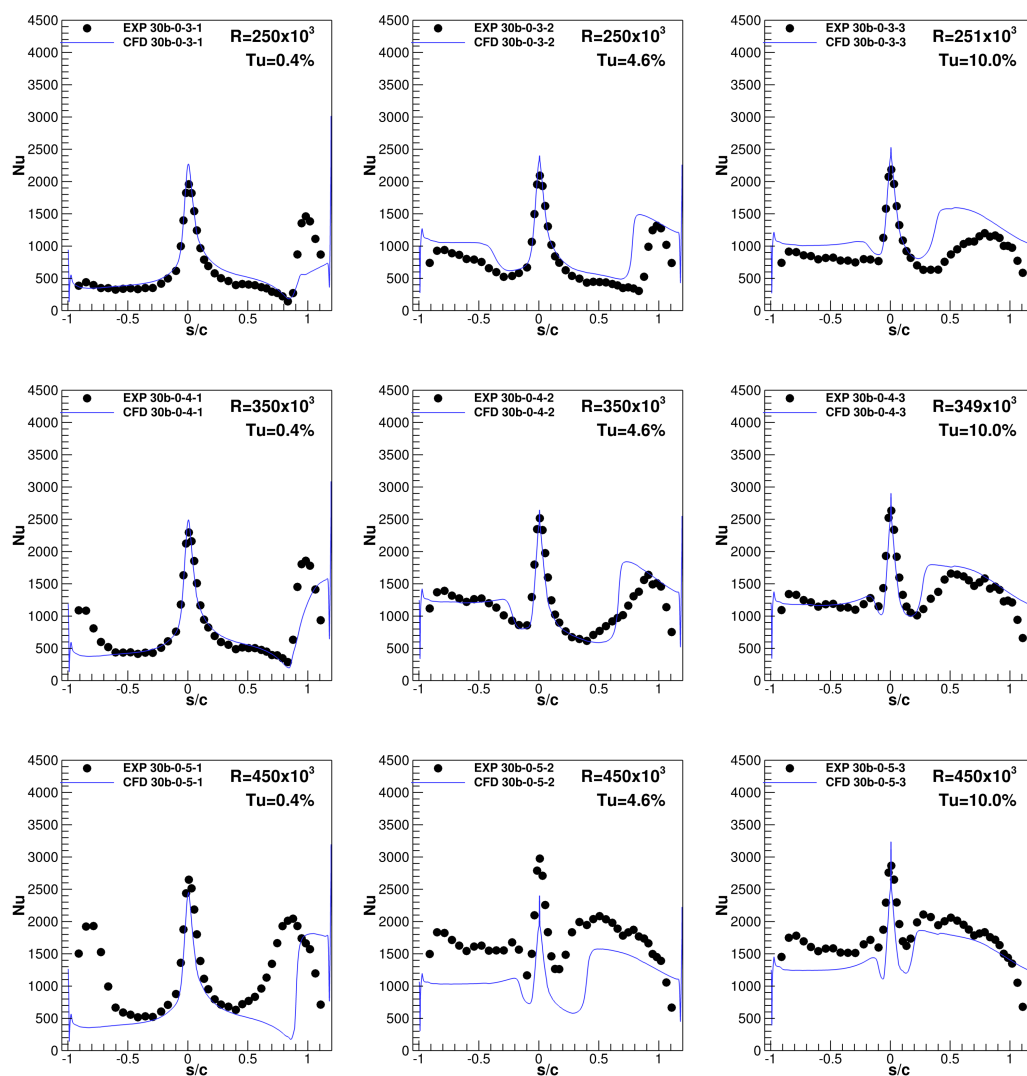


FIGURE A.19 – KIT LPTV - Comparaison des flux de chaleurs entre le calcul et les essais sur parois rugueuses

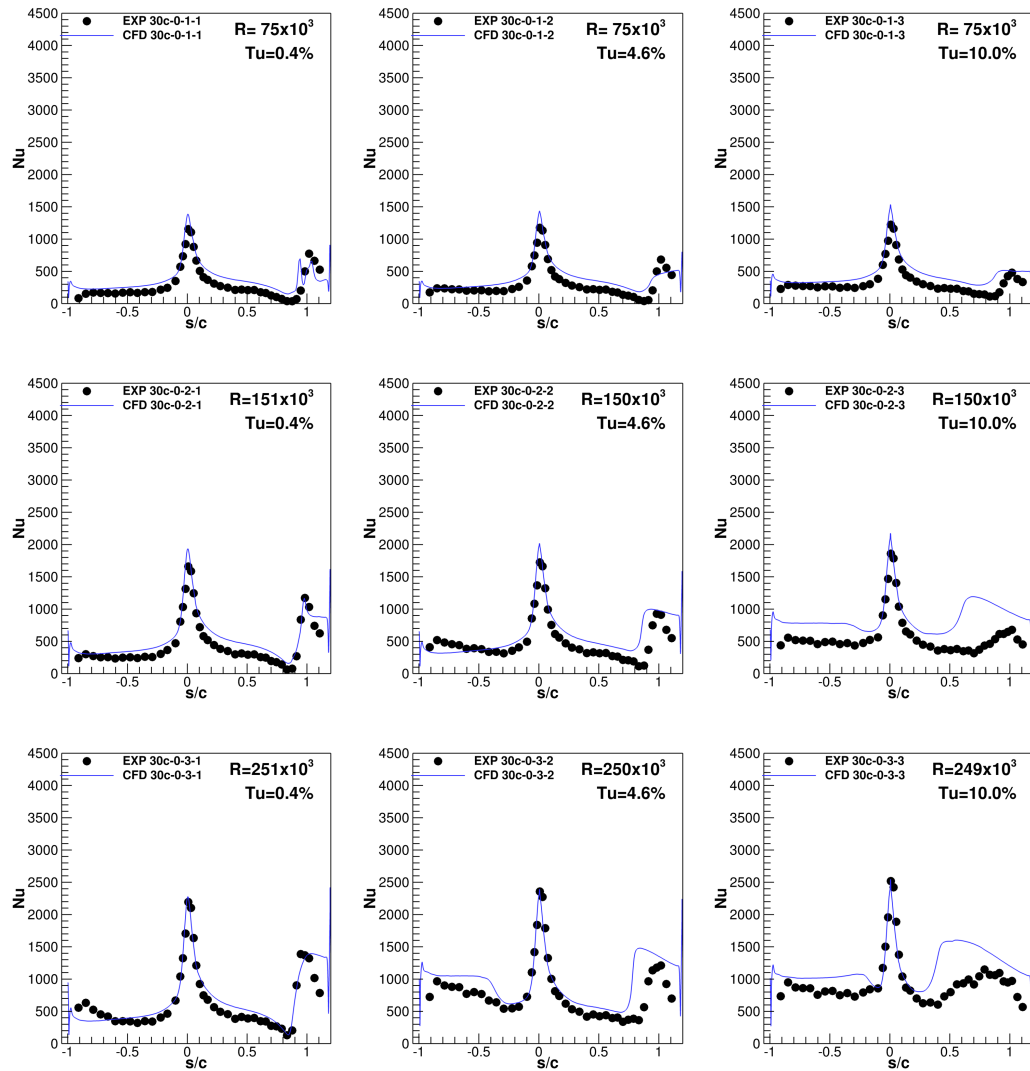


FIGURE A.20 – KIT LPTV - Comparaison des flux de chaleurs entre le calcul et les essais sur parois rugueuses

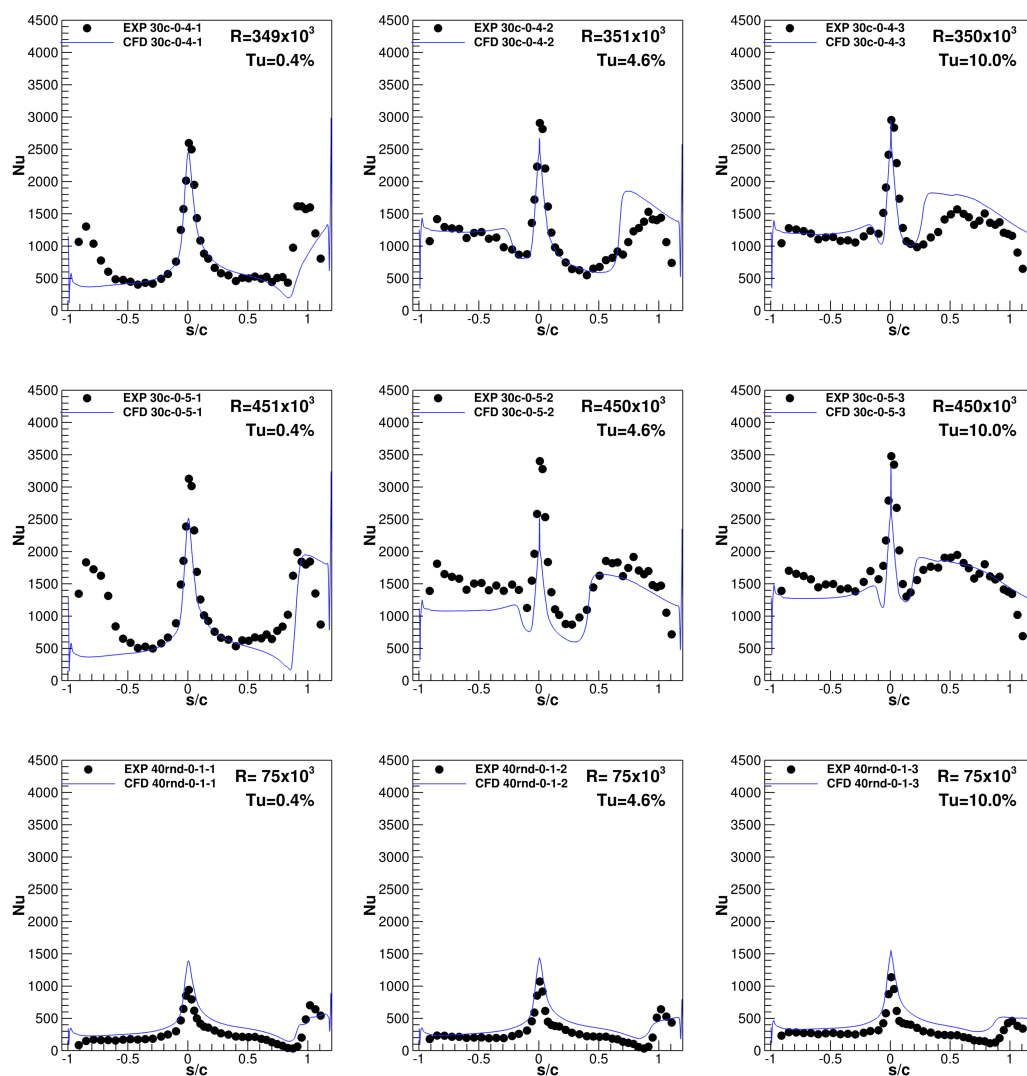


FIGURE A.21 – KIT LPTV - Comparaison des flux de chaleurs entre le calcul et les essais sur parois rugueuses

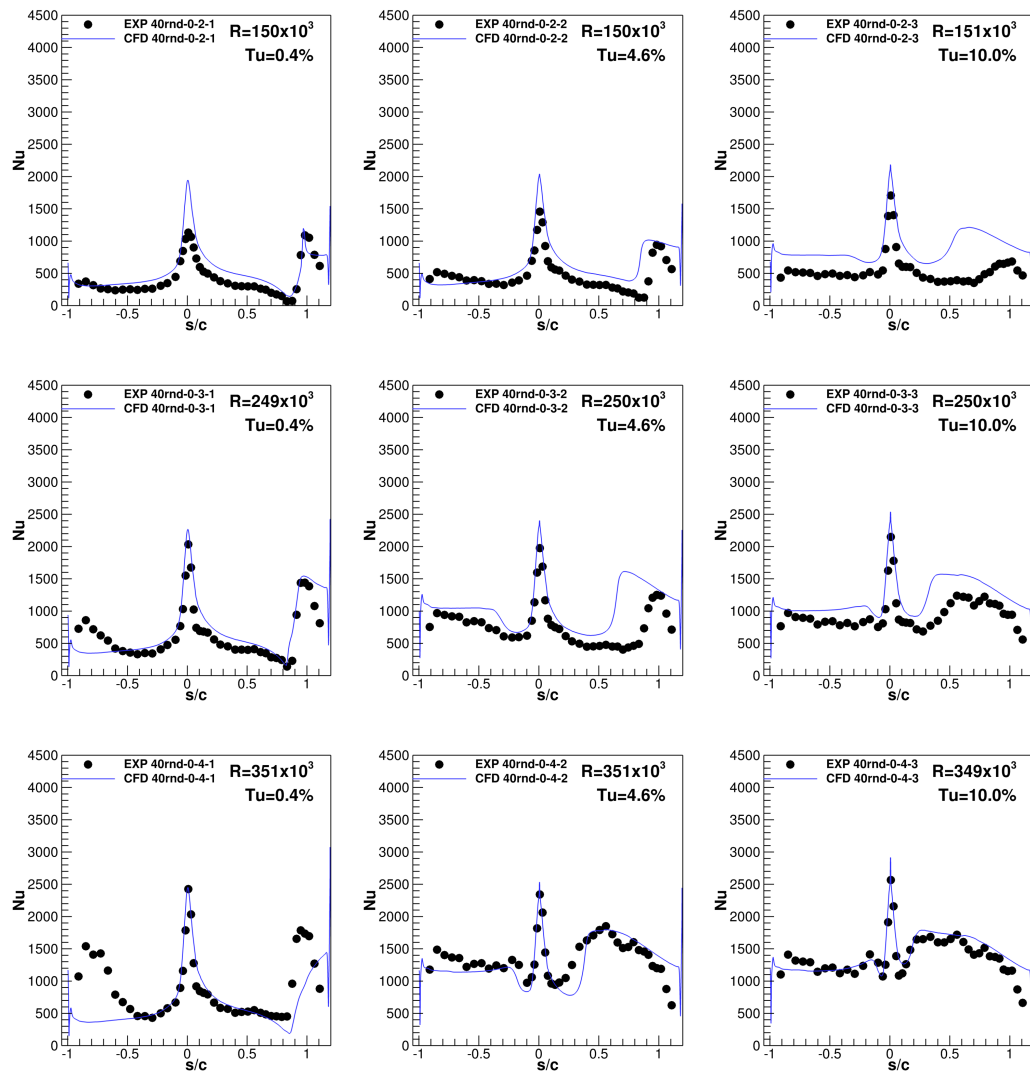


FIGURE A.22 – KIT LPTV - Comparaison des flux de chaleurs entre le calcul et les essais sur parois rugueuses

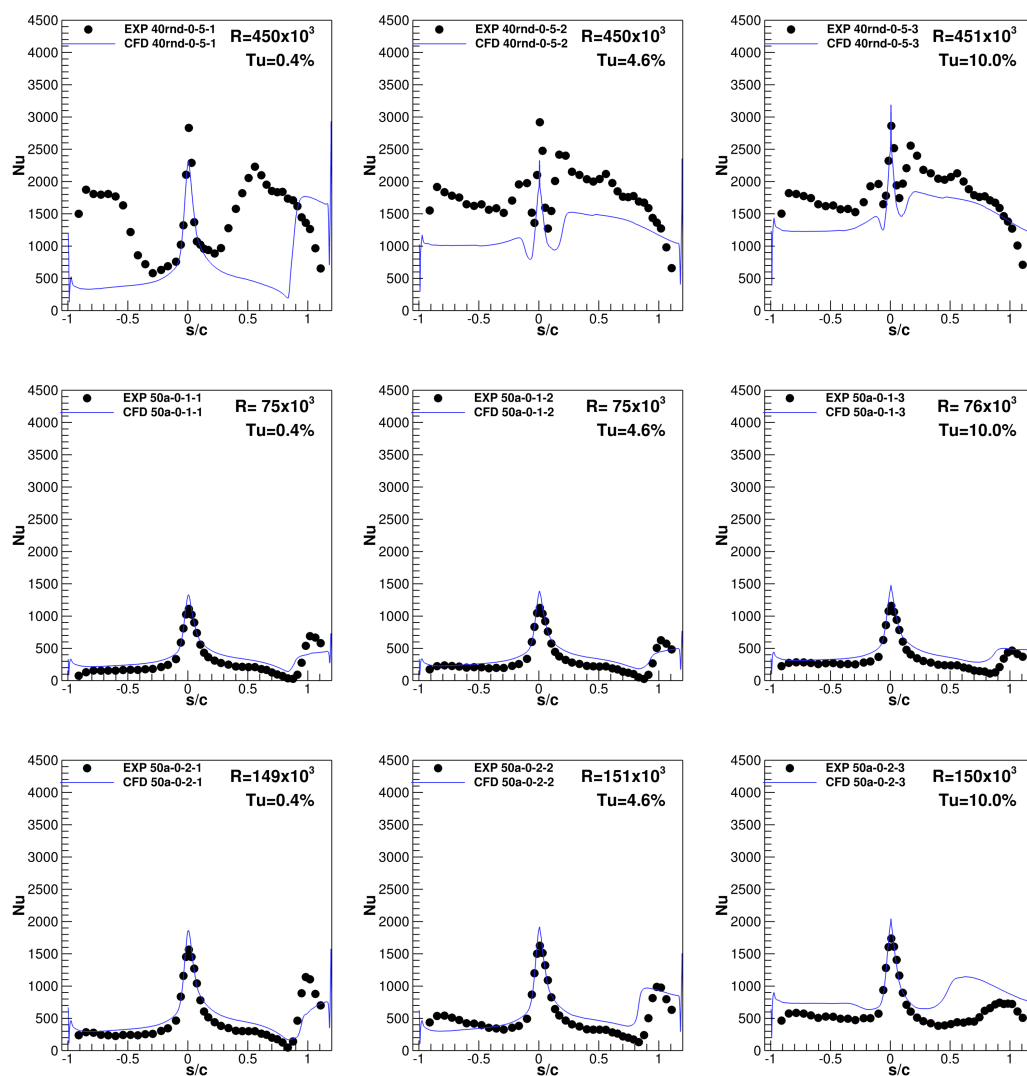


FIGURE A.23 – KIT LPTV - Comparaison des flux de chaleurs entre le calcul et les essais sur parois rugueuses

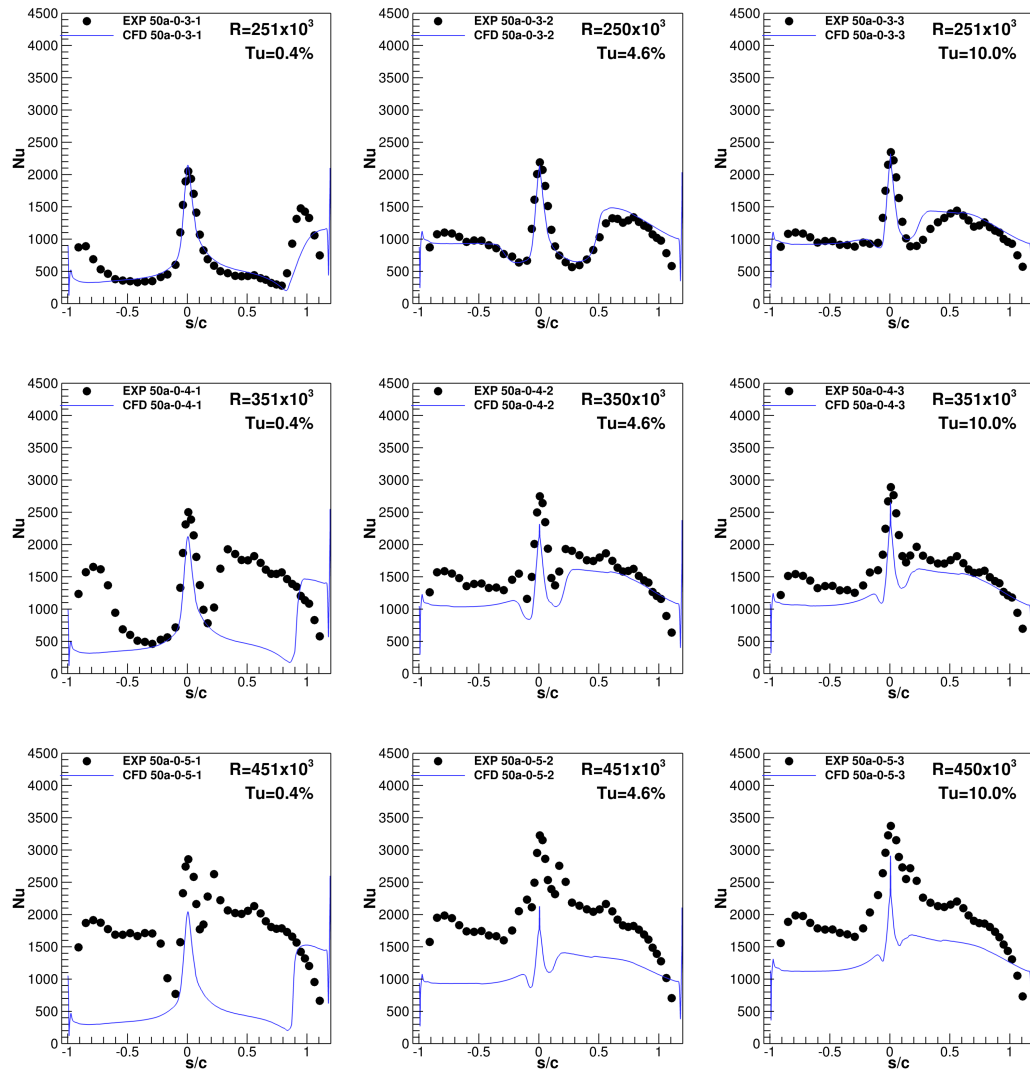


FIGURE A.24 – KIT LPTV - Comparaison des flux de chaleurs entre le calcul et les essais sur parois rugueuses

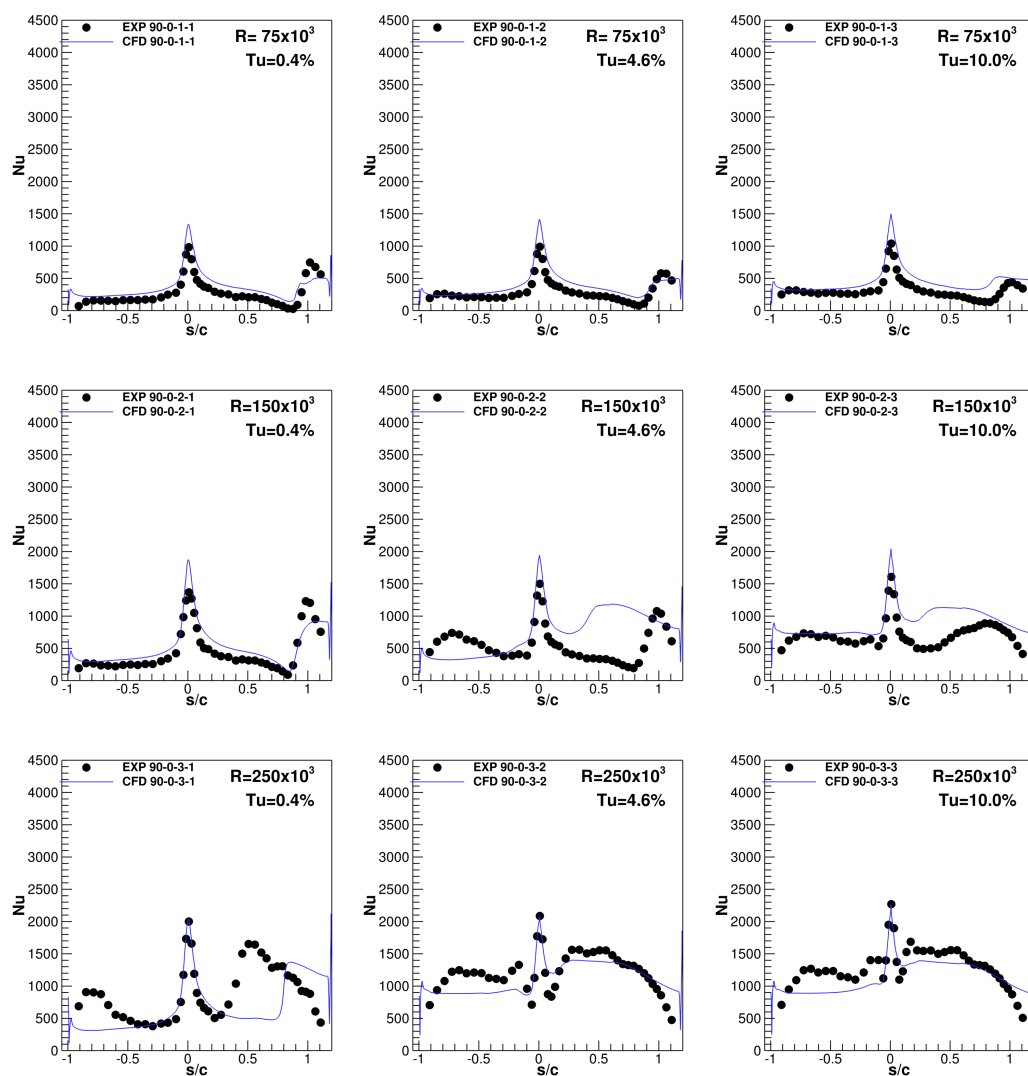


FIGURE A.25 – KIT LPTV - Comparaison des flux de chaleurs entre le calcul et les essais sur parois rugueuses

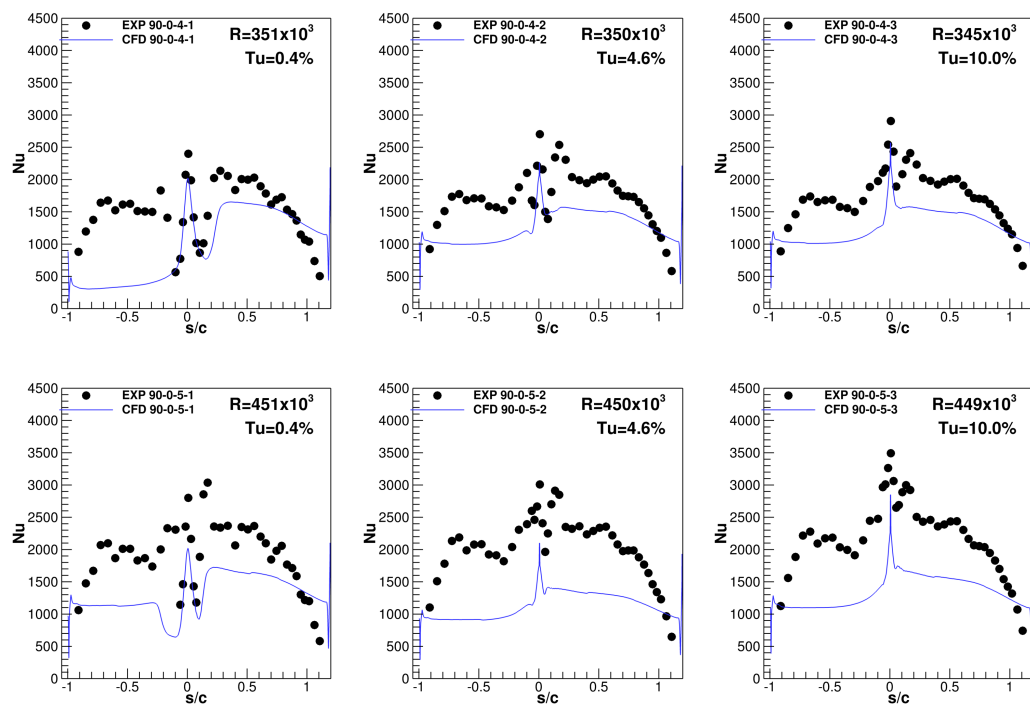


FIGURE A.26 – KIT LPTV - Comparaison des flux de chaleurs entre le calcul et les essais sur parois rugueuses





# Bibliographie

- ABU-GHANNAM, B. et SHAW, R. (1980). Natural transition of boundary layer - the effect of turbulence pressure gradient, and flow history. *Journal of Mechanical Engineering Science*, 22(5):213–228.
- ARTS, T. (2009). Report on the surface roughness effect for the high speed compressor cascade tests. TATMo Deliverable D2B.4.2, von Karman Institute for Fluid Dynamics.
- ARTS, T. et Lambert de ROUVROIT, M. (1992). Aero-Thermal Performance of a Two-Dimensional Highly Loaded Transonic Turbine Nozzle Guide Vane : A Test Case for Inviscid and Viscous Flow Computations. *Journal of Turbomachinery*, 114(1):147.
- AUPOIX, B. (2007). A General Strategy to Extend Turbulence Models to Rough Surfaces : Application to Smith’s k-L Model. *Journal of Fluids Engineering*, 129(10):1245–1254.
- BABAJEE, J. (2013). *Detailed Numerical Characterization of the Separation-Induced Transition, Including Bursting, in a Low-Pressure Turbine Environment*. Thèse de doctorat, École Centrale de Lyon.
- BABAJEE, J. et ARTS, T. (2012). Investigation of the laminar separation-induced transition with the  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  transition model on low-pressure turbine rotor blades at steady conditions. Copenhagen, Denmark.
- BAMMERT, K. et SANDSTEDE, H. (1976). Influences of Manufacturing Tolerances and Surface Roughness of Blades on the Performance of Turbines. *Journal for Engineering for Power*, 98(1):29–36.
- BENYAHIA, A. (2012). *Mise en œuvre et évaluation d’un modèle de transition à équations de transport pour la simulation d’écoulements en turbomachines*. Thèse de doctorat, Institut Supérieur de l’Aéronautique et de l’Espace.
- BENYAHIA, A. et HOUDEVILLE, R. (2010). Transition in transonic turbine configurations using a correlation-based transport equation model. 45<sup>th</sup> Applied Aerodynamics Symposium, Polytech’Marseille, France.

- BOGARD, D. G., TABBITA, M. et SCHMIDT, D. L. (1998). Characterization and Laboratory Simulation of Turbine Airfoil Surface Roughness and Associated Heat Transfer. *Journal of Turbomachinery*, 120(2):337–342.
- BONS, J. P. (2010). A Review of Surface Roughness Effects in Gas Turbines. *Journal of Turbomachinery*, 132(2):021004–021004.
- BONS, J. P., TAYLOR, R. P., MCCLAIN, S. T. et RIVIR, R. B. (2001). The Many Faces of Turbine Surface Roughness. *Journal of Turbomachinery*, 123(4):739–748.
- BOYLE, R. J. et SENYITKO, R. G. (2003). Measurements and Predictions of Surface Roughness Effects on the Turbine Vane Aerodynamics. pages 291–303.
- BUNKER, R. S. (2003). The Effect of Thermal Barrier Coating Roughness Magnitude on Heat Transfer With and Without Flowpath Surface Steps. pages 1–10.
- CONTENT, C. (2011). *Méthode innovante pour le calcul de la transition laminaire-turbulent dans les codes Navier-Stokes*. Thèse de doctorat, Institut Supérieur de l’Aéronautique et de l’Espace.
- CONTENT, C. et HOUEVILLE, R. (2010). Application of the  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  laminar-turbulent transition model in navier-stokes computations. *AIAA Journal*, 2010-4445.
- DASSLER, P., KOZULOVIC, D. et FIALA, A. (2010). MODELLING OF ROUGHNESS-INDUCED TRANSITION USING LOCAL VARIABLES. Lisbon, Portugal.
- de SAINT VICTOR, X. (2010). Sensitivity of Numerical Simulations of Low-Reynolds Number Flow Over the T106 Turbine Blade. *ASME Turbo Expo 2010 : Power for Land, Sea, and Air*, (GT2010-22903):883–890.
- DHAWAN, S. et NARASHIMA, R. (1958). Some properties of boundary layer flows during transition from laminar to turbulent motion. *Journal of Fluid Mechanics*, 3:418–436.
- EMMONS, H. W. (1951). The laminar-turbulent transition in a boundary layer. *J. of the Aeronautical Sciences*, pages 490–498.
- FAGE, A. (1943). The Smallest Size of a Span wise Surface Corrugation, which affects’ Boundary-layer Transition on an Aerofoil. *Technical Report*, page 261.
- FAVRE, A. (1965). Équations des Gaz Turbulents Compressibles. *Journal de mécanique*, 4(3):361–390.
- FEINDT, E. G. (1956). Investigation on the dependence of laminarturbulent transition on surface roughness and pressure gradient. *Schiffbautechnischen Gesellschaft Jahrbach*, 50.
- FORSTER, V. T. (1966). Performance Loss of Modern Steam-Turbine Plant Due to Surface Roughness. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 181(1):391–422.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- GOURDAIN, N., GICQUEL, L. Y. M. et COLLADO, E. (2012). RANS and LES for the Heat Transfer Prediction in Turbine Guide Vane. *Journal of Propulsion and Power*, 28(2):423–433.
- GRABE, C. et KRUMBEIN, A. (2014). Correlation-based transition modeling for three-dimensional aerodynamic configurations. *In 6th European Conference on Computational Fluid Dynamics*.
- GRANVILLE, P. S. (1953). The calculation of the viscous drag of bodies of revolution. David Taylor Model Basin Report 849.
- HALSTEAD, D. E., WISLER, D. C., OKIISHI, T. H., WALKER, G. J., HODSON, H. P. et SHIN, H.-W. (1997). Boundary layer development in axial compressors and turbines. *Transaction of ASME*.
- HATMAN, A. et WANG, T. (1998). A Prediction Model for Separated-Flow Transition. ASME Turbo Expo 1998, June 2-5, Stockholm, Sweden, ASME Paper 1998-GT-237.
- HUMMEL, F., CARDAMONE, P., FOTTNER, L. et LÖTZERICH, M. (2004). Surface Roughness Effects on Turbine Blade Aerodynamics. *Journal of Turbomachinery*, 127(3):453–461.
- INGEN, J. L. V. (1956). A suggested semi-empirical method for the calculation of the boundary layer transition region. UNiv. of Delft, Dept. Aerospace Engineering, Delft, The Netherlands, Rep. VTH-74.
- KLEBANOFF, P. (1971). Effect of free-stream turbulence on a laminar boundary layer. *Bulletin of the American Physical Society*, 16.
- KOCH, C. C. et SMITH, J. (1976). Loss Sources and Magnitudes in Axial-Flow Compressors. *Journal for Engineering for Power*, 98(3):411–424.
- LANDAHL, M. (1980). A note algebraic instability of inviscid parallel shear flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 98(2):243–251.
- LANGTRY, R. (2015). Extending the Gamma-Rethetat Correlation based Transition Model for Crossflow Effects (Invited). *In 45th AIAA Fluid Dynamics Conference, AIAA Aviation*. American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- LANGTRY, R. B. (2006). *A Correlation-Based Transition Model Using Local Variables for Unstructured Parallelized CFD Codes*. Thèse de doctorat, Stuttgart University.
- LANGTRY, R. B. et MENTER, F. R. (2009). Correlation-Based Transition Modeling for Unstructured Parallelized Computational Fluid Dynamics Codes. *AIAA Journal*, 47(12):2894–2906.
- LANGTRY, R. B., MENTER, F. R., LIKKI, S. R., SUZEN, Y. B., HUANG, P. G. et VÖLKER, S. (2006). A Correlation-Based Transition Model Using Local Variables - Part II : Test Cases and Industrial Applications. *Journal of Turbomachinery*, 128(3):423–434.
- LAUNDER, B. E. (1964). Laminarization of the turbulent boundary layer in a severe acceleration. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 31:707–708.

- LAURENT, C. (2012). *Étude d'écoulements transitionnels et hors équilibre par des approches DNS et RANS*. Thèse de doctorat, Université de l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers.
- LORENZ, M. (2013). *Einfluss der Oberflächenrauigkeit auf den Wärmeübergang und die aerodynamischen Verluste einer Gasturbinenbeschaufelung : Experimentelle Untersuchungen und Entwicklung einer Korrelation für den laminar-turbulenten Umschlag*. Thèse de doctorat, Universität Karlsruhe.
- MACK, L. M. (1956). Transition and laminar instability theory. J.P.L. Publication 77-15, Pasadena, Cal.
- MAYLE, R. E. (1991). The 1991 IGTI Scholar Lecture : The Role of Laminar-Turbulent Transition in Gas Turbine Engines. *Journal of Turbomachinery*, 113(4): 509–536.
- MENTER, F. (1994). Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*, 32(8):1598–1605.
- MENTER, F., T.ESCH et S.KUBACKI (2002). Transition modelling based on local variables. In *ETMM 5. 5<sup>th</sup> International Symposium on Engineering Turbulence Modelling and Measurements*, Mallorca, Spain.
- MENTER, F. R., LANGTRY, R. B., LIKKI, S. R., SUZEN, Y. B., HUANG, P. G. et VÖLKER, S. (2006). A Correlation Based Transition Model Using Local Variables Part I : Model Formulation. *Journal of Turbomachinery*, 128(3):413–422.
- MICHÁLEK, J., MONALDI, M. et ARTS, T. (2012). Aerodynamic Performance of a Very High Lift Low Pressure Turbine Airfoil (T106c) at Low Reynolds and High Mach Number With Effect of Free Stream Turbulence Intensity. *Journal of Turbomachinery*, 134(6):061009–061009.
- MICHÁLEK, J. et ARTS, T. (2008). Inlet Boundary Conditions T106c High Speed Cascade. TATMo report, VKI.
- MICHÁLEK, J., MONALDI, M. et ARTS, T. (2008). Steady state performance of the t106c blade. freestream turbulence and bursting analysis. TATMo report, VKI.
- MINOT, A., de SAINT VICTOR, X., MARTY, J. et PERRAUD, J. (2015). Advanced numerical setup for separation-induced transition on high-lift low-pressure turbine flows using the  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  model. In *ASME Turbo Expo 2015*, numéro GT2015-42160. American Society of Mechanical Engineers.
- MINOT, A., EL-DIN, I. S., BARRIER, R., BONIFACE, J.-C. et MARTY, J. (2016a). Improvement of laminar-turbulent transition modeling within a low-pressure turbine. In *ASME Turbo Expo 2016*, numéro GT2016-57637. American Society of Mechanical Engineers.
- MINOT, A., MARTY, J., PERRAUD, J. et CASALIS, G. (2016b). Adapting the  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  transition model to a  $k\text{-}l$  turbulence modeling framework. In *ERCOFTAC Bulletin*.
- NARASIMHA, R. et SREENIVASAN, K. (1979). Relaminarization of fluid flows. *Advances in Applied Mechanics*, 19:221–309.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- NARAYANAN, M. A. B. et RAMJEE, V. (1969). On the criteria for reverse transition in a two-dimensional boundary layer flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 35(2):225–241.
- NENNI, J. P. et GLUYAS, G. L. (1966). Aerodynamic design and analysis on an LFC surface. *Astronautics and Aeronautics*, 4(7).
- NIKURADSE, J. (1933). Laws of flow in rough pipes. *Forschung auf dem Gebiete des Ingenieurwesens*.
- OLIVE, M. et BLANCHARD, A. (1982). Étude expérimentale du déclenchement de la transition par des cavités en écoulement incompressible. Rapport interne 18/5007 DN, ONERA/CERT.
- PAMIÈS, M. (2008). *Contrôle d’une couche limite turbulente au moyen d’un micro-système distribué*. Thèse de doctorat, Université de Lille 1.
- PECKNIC, R., SANZ, W., GEHRER, A. et WOISETSCHLÄGER, J. (2003). Transition modelling using two different intermittency transport equations. *Flow turbulence and combustion*, 70:299–323.
- PERRAUD, J., DENIAU, H. et CASALIS, G. (2014). Overview of transition prediction tools in the elsA software. In *6th European Conference on Computational Fluid Dynamics*.
- REYNOLDS, O. (1894). On the Dynamical Theory of Incompressible Viscous Fluids and the Determination of the Criterion. *Proceedings of the Royal Society of London*, 56(336-339):40–45.
- ROACH, P. et BRIERLEY, D. (1992). The influence of a turbulent free-stream on zero pressure gradient transitional boundary layer development. *Numerical Simulation of Unsteady Flows and Transition to Turbulence*, pages 319–347.
- ROBERTS, S. K. et YARAS, M. I. (2005). Effects of Surface-Roughness Geometry on Separation-Bubble Transition. *Journal of Turbomachinery*, 128(2):349–356.
- SCHAFFLER, A. (1980). Experimental and Analytical Investigation of the Effects of Reynolds Number and Blade Surface Roughness on Multistage Axial Flow Compressors. *Journal for Engineering for Power*, 102(1):5–12.
- SCHIELE, R. (2000). *Die transitionale Grenzschicht an Gasturbinenschaufeln : experimentelle Untersuchungen und Entwicklung eines neuen Verfahrens zur numerischen Beschreibung des laminar-turbulenten Umschlags*. Logos-Verl., Berlin.
- SCHLICHTING, H. (1933). Laminare strahlausbreitung. *ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 13(4):260–263.
- SCHLICHTING, H. (1949). *Boundary Layer Theory. Part 2 ; Turbulent Flows*.
- SCHMID, P. J. et HENNINGSON, D. S. (2001). *Stability and Transition in Shear Flows*. Springer.
- SCHUBAUER, G. B. et KLEBANOFF, P. S. (1956). Contribution on the mechanics of boundary layer transition. *NACA*, Rept. 1298.

- SHABBIR, A. et TURNER, M. G. (2004). A Wall Function for Calculating the Skin Friction With Surface Roughness. pages 1661–1671.
- SIMONI, D., ZUNINO, P. et UBALDI, M. (2009). Report on detailed analysis of separation/transition conditions for the relevant configurations. TATMo Deliverable, Université de Gène.
- SMITH, A. M. O. et GAMBERONI, N. (1956). Transition, pressure gradient and stability theory. Douglas Aircraft Co. Rept. ES 26 388, El Segundo, Cal.
- STEELANT, J. et DICK, E. (1996). Modelling of Bypass Transition with Conditioned Navier-Stokes Equations Coupled to an Intermittency Transport Equation. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 23(3):193–220.
- STRIPF, M. (2007). *Einfluss der Oberflächenrauigkeit auf die transitionale Grenzschicht an Gasturbinenschaufeln*. Thèse de doctorat, Universität Karlsruhe.
- STRIPF, M., SCHULZ, A. et BAUER, H.-J. (2008). Modeling of Rough-Wall Boundary Layer Transition and Heat Transfer on Turbine Airfoils. *Journal of Turbomachinery*, 130(2):021003–021003.
- STRIPF, M., SCHULZ, A., BAUER, H.-J. et WITTIG, S. (2009). Extended Models for Transitional Rough Wall Boundary Layers With Heat Transfer—Part I : Model Formulations. *Journal of Turbomachinery*, 131(3):031016–031016.
- STRIPF, M., SCHULZ, A. et WITTIG, S. (2005). Surface Roughness Effects on External Heat Transfer of a HP Turbine Vane. *Journal of Turbomachinery*, 127(1):200–208.
- TREFETHEN, L. N., TREFETHEN, A. E., REDDY, S. C. et DRISCOLL, T. A. (1993). Hydrodynamic Stability Without Eigenvalues. *Science*, 261(5121):578–584.
- van DRIEST, E. R. et BLUMER, C. B. (1963). Boundary layer transition : Free-stream turbulence and pressure gradient effects. *AIAA Journal*, 1(6):1303–1306.
- VERMEERSCH, O. (2009). *Étude et modélisation du phénomène de croissance transitoire pour des couches limites incompressibles et compressibles*. Thèse de doctorat, l’Institut Supérieur de l’Aéronautique et de l’Espace, Toulouse.
- VON DOENHOFF, A. E. et BRASLOW, A. L. (1961). The effect of distributed surface roughness on laminar flow. *Boundary Layer and Flow Control*, 2:657–681.
- WAIGH, D. et KIND, R. (1998). Improved aerodynamic characterization of regular three-dimensional roughness. *AIAA journal*, 36(6):1117–1119.
- WILCOX, D. C. (1988). Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models. *AIAA Journal*, 26(11):1299–1310.





## Modélisation de la transition laminaire-turbulent par rugosité et bulbe de décollement laminaire sur les aubes de turbomachines

L'objectif de cette thèse est de faire progresser la modélisation de la transition de couche limite sur des aubes de turbines basse-pression fortement chargées. Cette modélisation repose sur l'utilisation du modèle de transition de Menter et Langtry utilisé pour des calculs RANS dans le code elsA.

Une fois les limitations du modèle de transition clairement identifiées par une étude sur la mise en données des calculs, nous avons entrepris de modifier ce dernier. Pour cela, un processus d'optimisation a été développé afin de permettre la recalibration des fonctions de corrélation internes au modèle de transition. Cette nouvelle version du modèle nous permet d'obtenir des gains sur la modélisation d'environ 20 % sur les cas T106C du VKI en capturant mieux la transition au sein du bulbe de décollement.

Ces précédents calculs correspondent à des cas idéaux, où l'on peut considérer les surfaces comme étant lisses. Cependant, nous avons aussi un besoin de se rapprocher de surfaces plus réalistes pour lesquelles les rugosités peuvent avoir un impact sur l'écoulement. En effet, les rugosités de surface peuvent notamment avoir un effet sur la transition. En particulier, si les rugosités entraînent le déclenchement de la transition en amont du point de décollement laminaire théorique en surface lisse, ce décollement sera supprimé. Vu nos efforts pour améliorer la prévision de la transition par bulbe de décollement par le modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ , il paraît intéressant que celui-ci puisse prendre en compte l'état des surfaces. Pour cela, nous avons implanté une méthode de prévision de la transition sur surfaces rugueuses développée par Stripf *et al.* au sein du modèle  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$ .

Enfin, l'utilisation du modèle de transition  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  a été étendue au modèle de turbulence  $k\text{-}l$  de Smith. En effet, ce modèle est largement utilisé en turbomachine. Afin que nos travaux d'amélioration du modèle de transition pour les cas de turbine soit largement utilisables, nous avons complété cette thèse par une évolution du modèle de transition permettant son utilisation avec le modèle  $k\text{-}l$  de Smith.

### Modeling of roughness-induced and separation-induced laminar-turbulent transition of boundary layer on turbomachinery blades

The goal of this thesis is to enhance laminar-turbulent transition modeling on high-lift low-pressure turbine blades. The presented transition modeling method relies on the Menter and Langtry transition model used in a RANS framework in the elsA solver.

Once the model's limits were clearly identified through a parametric study, we moved on to modification of the model. To do so, an optimization method was developed that allows recalibration of the model's inner correlation functions. This new version of the model allows us to obtain modeling gains of about 20% on the VKI T106C cases through better capture of the separation-induced transition process.

These previous computations correspond to ideal cases, for which surfaces may be considered as being smooth. However, we also have the need to consider more realistic surfaces for which roughness may influence the flow. Indeed, among those effects, is the potential influence of surface roughness on transition. In particular, if surface roughness induces transition up-stream of the smooth separation point, the separation bubble will be suppressed. Considering our efforts on modeling separation-induced transition with the  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  model, it seemed natural to add roughness-induced transition modeling capacities to it. To do so, we implemented in the  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  model a method developed by Stripf *et al.* to take into account surface roughness.

Finally, the use of the  $\gamma\text{-}\overline{R_{\theta_t}}$  transition model was extended to the  $k\text{-}l$  of Smith turbulence model. Indeed, this turbulence model is widely used in turbomachinery. In order that our works on transition modeling over turbine blades be more widely usable, we have completed this thesis by proposing an evolution of the transition model so that it may be used alongside the  $k\text{-}l$  model.